





# الخطوة الثانية لمسائل رياضيات الأولمبياد

تأليف

Derek Holton

ترجمة

أ. د. فوزي أحمد صالح الذكير

أ. د. معروف عبدالرحمن سمحان

الأستاذ الدكتور بقسم الرياضيات

الأستاذ الدكتور بقسم الرياضيات

كلية العلوم - جامعة الملك سعود

كلية العلوم - جامعة الملك سعود

دار جامعة  
الملك سعود للنشر  
KING SAUD UNIVERSITY PRESS



ص. ب. ٦٨٩٥٣ - الرياض ١١٥٣٧ المملكة العربية السعودية

ح) دار جامعة الملك سعود للنشر، ١٤٣٩هـ (٢٠١٨م)

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

هولتن، ديريك.

الخطوة الثانية لمسائل رياضيات الأولمبياد / ديريك هولتن؛ فوزي أحمد صالح  
الذكير؛ معروف عبدالرحمن سمحان - الرياض، ١٤٣٩هـ.

٣٥٩ ص؛ ١٧ سم × ٢٤ سم

ردمك: ٩ - ٦٠٢ - ٥٠٧ - ٦٠٣ - ٩٧٨

١- الرياضيات - أسئلة وأجوبة أ. الذكير، فوزي أحمد صالح (مترجم)  
ب. سمحان، معروف عبدالرحمن (مترجم) ج. العنوان

١٤٣٩/٩٠٨

ديوي ٥١٠,٧٦

رقم الإيداع: ١٤٣٩/٩٠٨

ردمك: ٩ - ٦٠٢ - ٥٠٧ - ٦٠٣ - ٩٧٨

هذه ترجمة عربية محكمة صادرة عن مركز الترجمة بالجامعة لكتاب:

A Second Step to Mathematical Olympiad Problems

By: Derek Holton

© World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2011.

وقد وافق المجلس العلمي على نشرها في اجتماعه السادس للعام الدراسي

١٤٣٧/١٤٣٨هـ، المعقود بتاريخ ٢٨/٢/١٤٣٨هـ، الموافق ٢٨/١١/٢٠١٦م.

جميع حقوق النشر محفوظة. لا يسمح بإعادة نشر أي جزء من الكتاب بأي شكل وبأي وسيلة سواء كانت إلكترونية أو آلية بما في ذلك التصوير والتسجيل أو الإدخال في أي نظام حفظ معلومات أو استعادتها بدون الحصول على موافقة كتابية من دار جامعة الملك سعود للنشر.

## مقدمة المترجمين

بدأ الاهتمام في مسابقات الرياضيات في نهاية القرن التاسع عشر. وفي القرن العشرين أصبحت هذه المسابقات ظاهرة من ظواهر القرن، إذ تزايدت أعداد المسابقات وتنوعت، وبطبيعة الحال ازداد عدد المتسابقين. ويمكن القول أن أعداد المشاركين في هذه المسابقات يقدر بالملايين في الوقت الحاضر، بها فيها المسابقات الإقليمية والمحلية. ولقد كان أول انعقاد لمسابقة أولمبياد دولية في الرياضيات (IMO) في رومانيا في العام ١٩٥٩م، وبعد ذلك توالى عقد المسابقة سنوياً وبانتظام إلى وقتنا الحالي مع ازدياد عدد الدول المشاركة في هذه المسابقة عاماً بعد عام.

ولقد كان لهذه الزيادة المذهلة في أعداد المشاركين أسباب عديدة، من أهمها، أن هذه المسابقات تعد وسيلة للتعرف على الطلاب الموهوبين وتدريبهم التدريب اللازم لكي يدعوا ويواصلوا دراستهم بتفوق، ليس في الرياضيات فقط، وإنما في المجالات العلمية كافة. كما أن للمسابقات تأثيراً إيجابياً في التعليم، إذ أنها أدت إلى إنشاء أندية علمية في المدارس وإلى تطوير مواد إثرائية في العديد من دول العالم، انعكس أثرها على المناهج التعليمية وأدى إلى بروز باحثين متميزين في الرياضيات أسهموا في حل العديد من المسائل العلمية الصعبة.

بدأ اشتراك المملكة العربية السعودية في الأولمبياد الدولي في الرياضيات (IMO) في العام ٢٠٠٤م، وكان أداء الفريق السعودي آنذاك متواضعاً نتيجة لقلّة الخبرة في الاختيار والتدريب. ولكن هذا الأداء تحسّن كثيراً بعد إسناد مهمة الإعداد لمؤسسة الملك عبد العزيز ورجاله للموهبة والإبداع "موهبة" في العام ٢٠٠٩م، حيث قرّرت موهبة الاستفادة من خبرات الدول المتفوقة في مسابقة الأولمبياد في مجالي الاختيار والتدريب.

لقد قمنا بترجمة هذا الكتاب القيم إيماناً منا بأهمية توفير مادة علمية تساعد الموهبين في العالم العربي على التدريب لخوض مسابقة أولمبياد الرياضيات الدولية حيث تناول المؤلف عدداً من

الموضوعات المتنوعة التي تعتمد عليها المسابقة وقدمها بأسلوب شيق وسلس يعكس خبرة المؤلف في هذا المجال.

لقد حرصنا في ترجمتنا على الالتزام بنقل المادة العلمية والحفاظ على نكهة الكتاب إلا في الحالات النادرة جداً التي وجدنا أنه لا بد من التصرف لتوضيح حل بعض المسائل. كما قمنا بتصويب ما استطعنا اكتشافه من أخطاء وهي في العموم أخطاء مطبعية أو ذات صلة بالترميز. وأخيراً، نرجو الله أن ينفع بترجمة هذا الكتاب وأن يجد فيه الطلبة والمدرّبون ما يفيدهم في الإعداد للمسابقات المحلية والإقليمية والدولية.

## إهداء المؤلف

إلى بينغ بي، الصديق العزيز والشخصية المحببة بالإجمال  
الذي كان له الدور الأساسي لإيجاد دار لنشر كتابي الخطوة الأولى والثانية.



## تصدير

### FOREWORD

يغطي هذا الجزء وهو الثاني بعض المسائل من مستوى متقدم ومادة علمية لا تدرس في معظم مدارس الدول الغربية. وبنفس أسلوب الجزء الأول (الخطوة الأولى لمسائل أولمبياد الرياضيات) فإن مادة هذا الكتاب وضعت بداية لمساعدة طلاب نيوزلندا الذين يطمحون للوصول إلى مرحلة اختيارهم لخوض مسابقة الرياضيات العالمية (IMO). المادة العلمية الأصلية كانت مكونة من ١٥ كتيب من اللون الأصفر. الثمانية الأولى منها هي أساس المادة التي تضمنتها الجزء الأول وما تبقى فهو أساس مادة هذا الجزء. الفصل الثالث من هذا الجزء هو فصل جديد لم يكن ضمن مادة الكتيبات الصفراء.

من المتوقع أن يساعد هذا الكتاب الطلاب الطامحين للتقدم إلى مسابقات المناطق ومسابقة الدولة وذلك بتقديم مبرهنات وأفكار وأساليب حل لم يدرسوها من قبل. ويقدم أيضاً اقتراحات تساعد على رؤية الطرق السليمة للبدء في حل مسائل تحتوي أفكاراً جديدة بالنسبة لهم. ولكن الخطوة التي ستقود إلى خوض مسابقة الرياضيات العالمية ستكون بالتأكيد خطوة كبيرة، ولذا فكتابي الخطوة الأولى والخطوة الثانية لا يكفيان للوصول إلى هذه الخطوة. ولكنها خطوتان جيدتان على هذا الطريق الطويل.

وإنني أأمل أن يستفيد من هذا الكتاب الطلاب والمعلمين الذين لهم اهتمامات في الرياضيات. يتضمن الكتاب عدداً كافياً من المسائل لتغطي ساعات كثيرة سيكون منها ساعات سعيدة وأيضاً ساعات فيها بعض المعاناة. أتمنى أن يث هذا الكتاب العديد من القراء على الاستمتاع بالرياضيات لمحبتهم لها أو لرغبتهم في حل المسائل.

أخيراً، أريد أن أقدم شكري إلى أيرين جودوين (التي لم تعد معنا الآن حيث توفاه الله) ولانيت جرانت وليان كيرك على المساعدة التي قدموها لي أثناء كتابتي للكتيبات الصفراء ولزناك جي على الجهد الذي بذلته لتحويل الكتيبات الصفراء إلى خطوات.

## المحتويات

### CONTENTS

هـ.....	مقدمة المترجمين.....
ز.....	إهداء المؤلف.....
ط.....	تصدير.....
١.....	الفصل الأول: التركيبات ٢.....
١.....	(١, ١) تذكير سريع.....
٥.....	(١, ٢) الكسور الجزئية.....
٩.....	(١, ٣) المتتاليات الهندسية.....
١٢.....	(١, ٤) توسيع مبرهنة ذات الحدين.....
١٤.....	(١, ٥) العلاقات الإرجاعية.....
٢٢.....	(١, ٦) الدوال المولدة.....
٢٦.....	(١, ٧) مسألتي الأرانب وساعي البريد.....
٣٢.....	(١, ٨) الحلول.....
٤٧.....	الفصل الثاني: الهندسة ٣.....
٤٨.....	(٢, ١) الدائرة المحيطية الخارجية.....
٥٢.....	(٢, ٢) الدوائر الداخلية.....
٥٥.....	(٢, ٣) الدوائر الخارجية.....
٥٨.....	(٢, ٤) الدائرة التي تمر بست نقاط.....

- ٦٣ ..... (٢, ٥) مستقيم أويلر والدائرة ذات التسع نقاط
- ٦٥ ..... (٢, ٦) المزيد من الأمثلة
- ٦٧ ..... (٢, ٧) إرشادات
- ٧٣ ..... (٢, ٨) الحلول

٩٥ ..... الفصل الثالث: حل المسائل

- ٩٥ ..... (٣, ١) مقدمة
- ٩٥ ..... (٣, ٢) مسألة للحل
- ٩٧ ..... (٣, ٣) الرياضيات: ما هي؟
- ١٠٠ ..... (٣, ٤) عودة إلى الدوائر الست
- ١٠٢ ..... (٣, ٥) المزيد عن طرائق البحث
- ١٠٩ ..... (٣, ٦) جورج بوليا
- ١١١ ..... (٣, ٧) طرح أسئلة
- ١١٣ ..... (٣, ٨) الحلول

١١٩ ..... الفصل الرابع: نظرية الأعداد ٢

- ١١٩ ..... (٤, ١) مسألة
- ١٢٢ ..... (٤, ٢) دالة أويلر
- ١٢٥ ..... (٤, ٣) عودة إلى البند (٤, ١)
- ١٢٨ ..... (٤, ٤) ويلسن
- ١٣١ ..... (٤, ٥) بعض المسائل الإضافية
- ١٣٢ ..... (٤, ٦) الحلول

١٤٩ ..... الفصل الخامس: المتوسطات والمتباينات

- ١٤٩ ..... (٥, ١) مقدمة
- ١٤٩ ..... (٥, ٢) قواعد ترتيب الأعداد الحقيقية
- ١٥١ ..... (٥, ٣) المتوسطين الحسابي والهندسي
- ١٥٥ ..... (٥, ٤) مزيد من المتوسطات

١٥٨	..... (٥, ٥) مزيد من المتباينات
١٦٢	..... (٥, ٦) مجموعة مسائل
١٦٤	..... (٥, ٧) الحلول

١٨٧	..... الفصل السادس: التركيبات ٣
١٨٧	..... (٦, ١) مقدمة
١٨٧	..... (٦, ٢) التضمين والإقصاء
١٩٢	..... (٦, ٣) التبديلات التامة (مرة أخرى)
١٩٥	..... (٦, ٤) المعادلات الديوفانتية الخطية مرة أخرى
١٩٧	..... (٦, ٥) الرخ (القلاع) غير القابلة للقتل
٢٠٤	..... (٦, ٦) الرقعة ذات المواقع المحظورة
٢٠٩	..... (٦, ٧) أعداد سترلينغ
٢١٢	..... (٦, ٨) بعض الأعداد الأخرى
٢١٧	..... (٦, ٩) الحلول

٢٤٣	..... الفصل السابع: اكتشاف المسائل
٢٤٣	..... (٧, ١) مقدمة
٢٤٤	..... (٧, ٢) العد
٢٤٨	..... (٧, ٣) تعبئة
٢٥٣	..... (٧, ٤) التقاطعات
٢٥٩	..... (٧, ٥) رقع الشطرنج
٢٦٢	..... (٧, ٦) حساب المربعات
٢٦٦	..... (٧, ٧) معادلات المربعات
٢٦٨	..... (٧, ٨) الحلول

٢٨٩	..... الفصل الثامن: المجموعة الثانية من مسائل IMO
٢٨٩	..... (٨, ١) مقدمة
٢٩٠	..... (٨, ٢) أستريا (٣)

٢٩٠	..... (٢) اليونان (٨, ٣)
٢٩١	..... (٤) تركيا (٨, ٤)
٢٩١	..... (٤) رومانيا (٨, ٥)
٢٩٢	..... (١) الاتحاد السوفياتي (٨, ٦)
٢٩٢	..... نظرة عامة (٨, ٧)
٢٩٣	..... إرشادات أستراليا (٣) (٨, ٨)
٢٩٥	..... إرشادات اليونان (٢) (٨, ٩)
٢٩٧	..... إرشادات لتركيا (٤) (٨, ١٠)
٣٠٠	..... إرشادات لرومانيا (٤) (٨, ١١)
٣٠٢	..... إرشادات للاتحاد السوفياتي (١) (٨, ١٢)
٣٠٣	..... بعض مسائل أولمبياد إضافية (٨, ١٣)
٣٠٦	..... الحلول (٨, ١٤)
٣٣٥	..... ثبت المصطلحات
٣٣٥	..... أولاً: عربي - إنجليزي
٣٤٥	..... ثانياً: إنجليزي - عربي
٣٥٥	..... كشف الموضوعات