# سحر الرياضيات

تأليف

Arthur Benjamin

ترجمة

**أ. د. محمد بن عبد الله النذير**

الأستاذ بقسم المناهج وطرق التدريس

كلية التربية – جامعة الملك سعود

دار جامعة الملك سعود للنشر
KING SAUD UNIVERSITY PRESS

ص.ب ٦٨٩٥٣ - الرياض ١١٥٣٧ المملكة العربية السعودية

ح دار جامعة الملك سعود للنشر، ١٤٤١هـ (٢٠٢٠م)

*فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر*

بينجامين، آرثر.

سحر الرياضيات/ آرثر بينجامين؛ محمد عبد الله النذير - الرياض، ١٤٤١هـ.

٤٢٨ص؛ ١٧سم × ٢٤ سم

ردمك: ٩-٨٤٢-٥٠٧-٦٠٣-٩٧٨

١- الرياضيات أ. النذير، محمد عبد الله (مترجم) ب. العنوان

ديوي ٥١٠ ١٤٤١/٧٣٠٠

رقم الإيداع: ١٤٤١/٧٣٠٠

ردمك: ٩-٨٤٢-٥٠٧-٦٠٣-٩٧٨

هذه ترجمة عربية محكمة صادرة عن مركز الترجمة بالجامعة لكتاب:

The Magic of Math. Solving for *x* and Figuring Out Why.
By: Arthur Benjamin
Publishing by Basic Books , 2015.

وقد وافق المجلس العلمي على نشرها في اجتماعه الرابع للعام الدراسي ١٤٤٠/ ١٤٤١، المعقود بتاريخ ١٥/ ٢/ ١٤٤١ هـ، الموافق ١٤/ ١٠/ ٢٠١٩ م.

جميع حقوق النشر محفوظة. لا يسمح بإعادة نشر أي جزء من الكتاب بأي شكل وبأي وسيلة سواء كانت إلكترونية أو آلية بما في ذلك التصوير والتسجيل أو الإدخال في أي نظام حفظ معلومات أو استعادتها بدون الحصول على موافقة كتابية من دار جامعة الملك سعود للنشر.

دار جامعة الملك سعود للنشر
KING SAUD UNIVERSITY PRESS

# مقدمة المترجم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على أشرف المرسلين، سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم، وعلى آله وأصحابه أجمعين، وبعد:

فتُعَدّ الرياضيات علمًا رصينًا، ذات بناء محكم، ونظام متين، تكتشف لغة الكون وجماله وأسراره، فتعلُّم الرياضيات يُضيف للعقل البشري المرونة والقوة والإحكام، إضافة لتحقيق المتعة الذهنية والتشويق والتحدي، وبالإضافة لكون الرياضيات كعلم أحد المرتكزات الأساسية للتقدم العلمي والتقني اللازم لتطور المجتمع وازدهاره؛ فإن تعليم الرياضيات أيضًا مرتكز أساس في تهيئة عقول المتعلمين للقوة والفهم والإدراك الشامل، عبر أفكارها المثيرة والمشوِّقة، ويمكن أن يكون هناك "سحر للرياضيات" يجذب إليه العقول المتوقِّدة للمعرفة والتعلم، والباحثون عن سَبْر منظومة الكون المذهلة، وتحقيق معنى الإيمان الحقيقي بخالق الكون سبحانه وتعالى.

وهذا الكتاب المُترجَم يقع في ناحية تحدي العقل والاستبصار الإدراكي، الذي يأتي من زاوية "السحر الحلال"، وهو سحر وجَذْب العقل نحو سَبْر المعرفة والمشكلات، ويهدف هذا الكتاب إلى تقديم الرياضيات المألوفة بطريقة جديدة وبسيطة فيها كثير من السحر، ويسعى إلى تقديم تفسيرات سهلة ومحبَّبة للمفاهيم والأفكار الرياضية، وتوضيح الصلات والروابط بينها، ويأخذنا هذا الكتاب في جولة بانورامية وممتعة في الرياضيات انطلاقًا من الحساب والجبر؛ وصولًا إلى حساب التفاضل والتكامل واللانهاية، حيث يغطي هذا الكتاب عددًا من الموضوعات الرياضية المهمة مثل: الأعداد، والجبر، والهندسة، وحساب المثلثات، وحساب التفاضل والتكامل، أيضًا يتناول الكتاب بعض

المواضيع الرياضية غير المشهورة، مثل: مثلث باسكال، واللانهاية، والخصائص السحرية لعدد من الأعداد، مثل: 9، $\pi$، e، $i$، كما يتناول أعداد فيبوناتشي، والنسبة الذهبية، ناهيك عن إلماحة ممتعة من الحيل والخِدَع الخاصة بالرياضيات التي يمكن تداولها بين معلِّمي الرياضيات ومتعلميها في مختلف المراحل الدراسية، وأيضًا لكل مَن هو مغرم بالرياضيات وأجوائها.

إذ يتناول الفصل الأول سحر الأعداد، حيث يقدِّم مجموعة من الأنماط العددية الجميلة والمثيرة، والقيام بعمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة من خلال الحسابات الذهنية السريعة.

بينما يتناول الفصل الثاني عددًا من القواعد الجبرية مثل: قانون التوزيع، وقانون المفكوك، وقاعدة الفرق بين مربعَين، وقوانين الأسس، ويقدِّم عددًا من التبريرات الجبرية والهندسية التي تدلِّل على صحة هذه القوانين، كما يتناول بعض التطبيقات المثيرة لقانون المفكوك، ويتطرق إلى طُرُق حل المعادلات من الدرجة الثانية مثل: طريقة التحليل، وطريقة إكمال المربع، والصيغة التربيعية، بالإضافة إلى حل المعادلات من خلال طريقة الرسم، كما يقدم هذا الفصل عددًا من الخدع الرياضية الجميلة التي تستند إلى بعض القواعد والقوانين الجبرية.

ويقدِّم الفصل الثالث مجموعة من الحيل والخِدَع الخاصة بالعدد ٩، كما يتطرق إلى قاعدة قابلية القسمة على العدد ٩، كما يوضح عملية استخلاص التسعات، والجذور الرقمية للأعداد، ويوضح كيف يمكن استعمال هذه العملية في التحقق من الإجابة عن مسائل الجمع والطرح والضرب، أيضًا يتطرق إلى سحر الأعداد ١٠، ١١، ١٢، ويشير إلى كيفية استعمال الحساب المقياسي في عملية التقويم، في حين يتطرق هذا الفصل بشكل مفصَّل إلى كيفية تحديد اليوم الذي وُلِد فيه شخص ما بناءً على معلومات عن تاريخ ميلاده.

أما الفصل الرابع فيتناول سحر عملية العَدِّ، مثل: عدد طرق ترتيب عشرات الكتب على أحد الرفوف، وتحديد فرص الحصول على أيدي محددة في لعبة البوكر، كما يتطرق بالتفصيل إلى عدد من الأنماط الموجودة في مثلث باسكال، ويوضح كيفية حسابها.

ويركز الفصل الخامس على أرقام فيبوناتشي، وهي واحدة من أكثر متتاليات الأرقام سحرًا وجمالًا، وعادةً ما تظهر في الطبيعة في عدد من الأشياء، مثل: عدد البتلات في الزهرة، وعدد الحلزونات في تَبّاع الشمس والأناناس والصنوبر، ويقدِّم هذا الفصل عددًا من أنماط الأرقام الجميلة التي تتعلق بأرقام فيبوناتشي، كما يتناول النسبة الذهبية وتطبيقاتها الحقيقية، ويتطرق إلى بعض المفاهيم الخاطئة المتعلقة بها.

ينتقل الكتاب في الفصل السادس ليُظهر سحرًا من نوع آخر، وهو ذلك السحر المتعلق بجمال البرهان الرياضي، ويتطرق إلى أنواع البراهين في الرياضيات، مثل: البرهان بالتناقض، والبرهان بالاستقراء.

أما الفصل السابع فخُصِّص لسحر الهندسة، حيث يتطرق إلى بعض النظريات الهندسية الكلاسيكية، والمسلّمات الخمس لإقليدس، ويتناول الأنواع المختلفة للهندسات، مثل: الهندسة الإقليدية، والهندسة الكروية، والهندسة الزائدية، وينتقل لأفكار حول المساحة والمحيط لعدد من الأشكال الهندسية، ثم يقدم عددًا من البراهين المثيرة والمتنوعة والساحرة لنظرية فيثاغورس.

ويتناول الفصل الثامن سحر العدد "باي" أو "ط" $\pi$ (نسبة محيط الدائرة إلى قطرها)، والتي يظهر بشكل واسع في مساحات ومحيطات الأشكال الدائرية، حيث يستثمر عددًا من المفاهيم المتعلقة بالدائرة مثل: المساحة، والمحيط، والزوايا المركزية والمحيطة، ويشير إلى عدد من النظريات المتعلقة بها، ويقدم لها طرقًا من البراهين المبتكرة والمثيرة، كما يوضح أمثلة للأماكن غير المتوقعة التي يظهر بها العدد $\pi$.

أما الفصل التاسع فقد خُصِّص لسحر حساب المثلثات الذي يتيح بوضوح حل المسائل الهندسية التي لا يمكن حلها باستعمال الهندسة الاعتيادية، ومن ثمّ يتناول هذا الفصل عددًا من الأنواع المختلفة للمثلثات، ويتطرق إلى تعريف الدوال المثلثية بمختلف أنواعها عبر المثلثات، وأيضًا عبر مفهوم دائرة الوحدة، وأيضًا يتناول الدوال المثلثية العكسية وتطبيقاتها المختلفة، ثم ينتقل إلى المتطابقات المثلثية، ويقدم أنواعًا من البراهين الجميلة لأنواع مختلفة من هذه المتطابقات.

ويسعى الفصل العاشر إلى استكشاف العدد غير النسبي "النايبيري" $(\mathrm{e})$ والعدد التخيُّلي $(i)$، حيث يتطرق إلى مفهوم العدد التخيُّلي $(i)$، ثم ينتقل لمفهوم الأعداد المركبة، والنظرية الأساسية في الجبر، وهندسة الأعداد المركبة، ثم يعرج إلى مفهوم العدد $(\mathrm{e})$، ويُبرز عددًا من تطبيقات الحياة المتعلقة به، ثم ينتقل للحديث عن الدوال الأسية واللوغاريتمية والعلاقات فيما بينها، ثم يشير عن معادلة أويلر الشهيرة التي تقدم علاقة سحرية بين العددين: $(\mathrm{e})$ و $(i)$.

وفي الفصل الحادي عشر عالَج الكتاب فكرة تحديد المعدل الذي تتغير به الدوال، وكيفية تقريب الدوال المعقدة بدوال أبسط، مثل: كثيرات الحدود، حيث يُعَدُّ حساب التفاضل والتكامل أداة قوية للأمثلية، ويمكن أن يكون مفيدًا في تحديد كيفية اختيار الأعداد بطريقة تعظيم كمية معينة (مثل: الربح أو الحجم)، أو تصغير كمية أخرى (مثل: التكلفة أو المسافة المقطوعة).

ويركِّز الفصل الأخير – الثاني عشر – على مفهوم اللانهاية، وذلك بتأطير هذا المفهوم، ومحاولة توضيحه بقدر الإمكان، ويتناول هذا الفصل عددًا من المجاميع غير المنتهية، ويقدِّم كثيرًا من الأمثلة عليها، مثل: المتسلسلات الهندسية، والمتسلسلات الشاذة والمستحيلة، ويتطرق -أيضًا- إلى بعض المفاهيم المتعلقة بالمتسلسلات غير المنتهية، مثل: التقارب والتباعد، وأخيرًا يتناول المربعات السحرية، وهي مربعات من الأعداد، بحيث يكون مجموع الأعداد في كل صف وعمود وقطر متساويًا.

ومن هذه المنطلق يعمل مركز الترجمة في جامعة الملك سعود على تشجيع ودعم ترجمة الكتب المتعلقة بهذا المجال؛ لإثراء المحتوى العربي الذي يُسهم في تطوير الرياضيات وتعليمها، وفي هذا الإطار قمت بترجمة هذا الكتاب (سحر الرياضيات)؛ ليكون مرجعًا متميزًا على وجه الخصوص بتعلم وتعليم الرياضيات، وأقدِّم شكري لمركز الترجمة؛ لدعمهم فكرة ترجمة هذا الكتاب، ولعل هذا العمل يُثري تعليم وتعلُّم الرياضيات في المملكة العربية السعودية والدول العربية، ويقدِّم إضافة مهمة لمعلمي الرياضيات والمتعلمين والمهتمين، حيث يقدِّم لهم كثيرًا من الأفكار التي تُبرز جماليات وسحر الرياضيات.

كما أسجل شكري لكل من ساهم معي في تيسير صدور ترجمة هذا الكتاب، وأخُصّ بالشكر الزميل الدكتور خالد بن حلمي خشان -أستاذ مناهج وطرق تدريس الرياضيات بجامعة الملك سعود- على مساعدتي في مراجعة الترجمة، وتقديم العون في ذلك من ناحية المصطلحات الرياضيات المتخصِّصة عندما دعت الحاجة إلى ذلك.

واسأل الله التوفيق والسداد، وأن يبارك في هذا العمل، ويجعله نافعًا وخالصًا لوجهه الكريم، وأن ينفع به في تعليم الرياضيات في المملكة والبلاد العربية.

**أ.د. محمد بن عبد الله النذير**

**الرياض**

**١٤٤٠ هـ/ ٢٠١٩**

## الإشادة بسحر الرياضيات

"يقولون: إن السَّحَرة يجب ألَّا يُفشوا أسرارهم أبدًا، لحسن الحظ فإن آرثر بينجامين قد تجاهل هذه المقولة، حيث إنه في كتابه (سحر الرياضيات) قام بتقديم عدد من الأسرار الرياضية الرائعة، وأبرز – بشكل جميل – الخيال الرياضي الذي أذهل وسحر الرياضيين لآلاف السنين".

**إدوارد بيرجر (Edward B. Burger): رئيس جامعة الجنوب الغربي، ومؤلف كتاب "العناصر الخمسة للتفكير الفعّال".**

"هذا الكتاب سيكون ساحرًا بالنسبة لطلابي كما كان ساحرًا بالنسبة لي خلال أيام المدرسة، سيكون بمقدورهم الرجوع إلى هذا الكتاب بشكل مستمر كلما تعلَّموا مزيدًا من الرياضيات، حيث يجدون مزيدًا من العمق واكتشاف أفكار جديدة كل مرة".

**ريتشارد رازيغ (Richard Rusczyk): مؤسس فن حل المشكلات، ومدير المركز البحثي للموهبة الرياضية في الولايات المتحدة الأمريكية.**

"في كتاب (سحر الرياضيات) قام مؤلف الكتاب آرثر بينجامين بتقديم خدعة تبدو مستحيلة، حيث جعل الرياضيات المتقدمة تظهر وكأنها طبيعية للغاية وفي منتهى السهولة، لدرجة تجعلك تشعر بالاستغراب من كونك كنت تشعر بالملل والتوتر أثناء حصص الرياضيات، يوجد عدد من الكتب التي حاولت نشر الرياضيات وجَعْلها أكثر شعبية، وهذا الكتاب واحد من أفضلها، في الواقع في كل صفحة من الكتاب وجدت نفسي أتعلَّم أشياء جديدة، أو أنظر إلى مواضيع مألوفة بطرق جديدة".

**ياسون روزين هاوس (Jason Rosenhouse): أستاذ الرياضيات جامعة جيمس ماديسون، ومؤلف**

**كتاب "مشكلة قاعة مونتي".**

"في كتاب (سحر الرياضيات) أخذَنا المؤلف آرثر بينجامين في جولة ترفيهية ومفيدة في رقعة واسعة من الأفكار الرياضية الأساسية، التي قُدِّمت بطريقة تجعلها سهلة المنال لجمهور واسع من القراء، وعلى وجه الخصوص؛ فإن ما يميِّز الكتاب هو تقديم تفسيرات سهلة ومحبَّبة للمفاهيم، وتوضيح الصلات بينها".

**رونالد جراهام (Roland Graham): الرئيس الفخري لجمعية مجتمع الرياضيات الأمريكي، والمؤلف المشارك في كتاب سحر الرياضيات.**

"هذا الكتاب يمثِّل جولة سريعة في الرياضيات انطلاقًا من الحساب والجبر، وصولًا إلى حساب التفاضل والتكامل واللانهاية، وعلى وجه الخصوص العدد ٩، إن أسلوب آرثر بينجامين المتحمّس والممتع يجعل من (سحر الرياضيات) إضافة رائعة لأي حقيبة من الحيل والخدع الخاصة بالرياضيات".

**لاورا تالمان (Laura Taalman): أستاذ الرياضيات والإحصاء، جامعة جيمس ماديسون.**

"الرياضيات مليئة بالأنماط الجميلة والمدهشة، وقد قام آرثر بينجامين وبشكل بارع ببَثِّ الحياة في هذه الأنماط من خلال كتابه (سحر الرياضيات)، ستكتشف في هذا الكتاب عددًا من الأفكار المدهشة، وبعض الخدع الرياضية السحرية التي ستحاول استعمالها مع زملائك وأفراد عائلتك، كن مستعدًّا لتتعلَّم أن الرياضيات أكثر متعة وإثارة مما كنت تتوقع".

**جورج هارت (George W. Hart): رياضي وأستاذ باحث في جامعة ستوني بروك، ومشارك في تأسيس متحف الرياضيات.**

"يأخذنا كتاب (سحر الرياضيات) في رحلة ممتعة، نتفيأ عبرها حديقة مليئة بالأمثلة الساحرة، أي شخص لديه اهتمام بالسحر، والألغاز، والرياضيات سيقضي عددًا من الساعات الممتعة في قراءة صفحات هذا الكتاب".

**ماريا كلاوي (Maria Klawe): رئيسة كلية هارفي ماد.**

"ابتكر آرثر بينجامين أسلوبًا رياضيًّا كلاسيكيًّا خاصًّا، عبر الجمع بين وضوح إسحق إسيموف (Isaac Asimov) ومذاق ماتين جاردنر (Martin Gradner)، وإضفاء إحساسه بالمتعة والمغامرة، كم تمنيت لو كتب هذا الكتاب عندما كنت طفلًا!".

**باول زيتز (Paul A. Zeitz): أستاذ ورئيس قسم الرياضيات، جامعة سان فرانسيسكو، ومؤلف كتاب "الفن والبراعة في حل المشكلات".**

"هناك متعة كبيرة يمكن للقارئ أن يعثر عليها في هذا الكتاب مهما كان مستواه في الرياضيات، حيث يُظهر آرثر بينجامين كيف أنّ كشف الغموض وراء الحقائق الرياضية الجميلة يجعل الرياضيات أكثر روعة".

**فرانسيس سو (Francis Su): رئيس الجمعية الرياضية الأمريكية.**

"يقدِّم لنا كتاب (سحر الرياضيات) رحلة رياضية ممتعة لا تُنسى، حيث ترقص الأرقام وتُفْشَى الأسرار الرياضية، بمجرد أن تفتح الكتاب وتبدأ القراءة ستدهش من أسلوب الكتابة الساحر لآرثر بينجامين، ولحسن الحظ لا يوجد رمز سري لهذه الأسرار؛ إذا رغبت في مشاركتها وتنفيذها مع العائلة والأصدقاء".

**تيم جارتير (Tim Chartier): أستاذ الرياضيات، كلية دافيسون، ومؤلف كتاب "Math Bytes".**

# المحتويات
# CONTENTS

**مقدمة المترجم** ..... هـ
**الإشادة بسحر الرياضيات** ..... ك

**الفصل الصفري: مقدمة** ..... ١
**الفصل الأول: سحر الأعداد** ..... ٥
(١.١) أنماط الأعداد ..... ٥
(١,٢) الحسابات الذهنية السريعة ..... ١٣
(١,٣) الجمع الذهني ..... ١٨
(١,٤) الطرح الذهني ..... ١٩
(١,٥) الضرب الذهني ..... ٢١
(١,٦) الحساب الذهني للضرب والقسمة ..... ٢٥
**الفصل الثاني: سحر الجبر** ..... ٣١
(٢,١) مقدمة سحرية ..... ٣١
(٢,٢) قواعد الجبر ..... ٣٢
(٢,٣) سحر المفكوك ..... ٣٨
(٢,٤) الحل بالنسبة إلى X ..... ٤٥

(٥ , ٢) الجبر يكون مرئيًّا عبر الرسوم ..... ٥٠
(٦ , ٢) التعرف على Y (و X أيضًا) ..... ٥٩
**الفصل الثالث: سحر العدد ٩ ..... ٦٣**
(١ , ٣) أكثر الأعداد سحراً ..... ٦٣
(٢ , ٣) استخلاص التسعات ..... ٦٦
(٣ , ٣) سحر ١٠، ١١، ١٢ والحساب المقياسي(المعياري) ..... ٧٣
(٤ , ٣) حساب التقويم الزمني ..... ٧٩
**الفصل الرابع: سحر العد ..... ٨٩**
(١ , ٤) الرياضيات مع علامة تعجب! ..... ٨٩
(٢ , ٤) قاعدتا الجمع والضرب ..... ٩٢
(٣ , ٤) اليانصيب ويد البوكر ..... ٩٥
(٤ , ٤) الأنماط في مثلث باسكال ..... ١٠٧
**الفصل الخامس: سحر أعداد فيبوناتشي ..... ١٢٣**
(١ , ٥) أعداد الطبيعة ..... ١٢٣
(٢ , ٥) العدّ مع فيبوناتشي ..... ١٣٠
(٣ , ٥) مزيد من أنماط فيبوناتشي ..... ١٤٠
**الفصل السادس: سحر البرهان ..... ١٥٣**
(١ , ٦) قيمة البرهان ..... ١٥٣
(٢ , ٦) الأعداد النسبية وغير النسبية ..... ١٦٠
(٣ , ٦) البراهين باستعمال الاستقراء ..... ١٦٥
(٤ , ٦) الأعداد الأولية ..... ١٧٧
**الفصل السابع: سحر الهندسة ..... ١٨٧**
(١ , ٧) بعض المفاجئات الهندسية ..... ١٨٧
(٢ , ٧) الهندسة التقليدية(الكلاسيكية) ..... ١٩٢

(٧,٣) المحيطات والمساحات ..... ٢١١
(٧,٤) نظرية فيثاغورس ..... ٢١٥
(٧,٥) السحر الهندسي ..... ٢٢١
**الفصل الثامن: سحر العدد $\pi$ ..... ٢٢٥**
(٨,١) الاستدلال الدائري ..... ٢٢٥
(٨,٢) المحيط والمساحة ..... ٢٢٧
(٨,٣) بعض المظاهر المدهشة للعدد $\pi$ ..... ٢٣٩
(٨,٤) منازل العدد "ط" $\pi$ ..... ٢٤١
(٨,٥) الاحتفال وحفظ $\pi$ (و $\tau$ ) ..... ٢٤٤
**الفصل التاسع: سحر حساب المثلثات ..... ٢٥٣**
(٩,١) أعلى نقطة في حساب المثلثات ..... ٢٥٣
(٩,٢) حساب المثلثات والمثلثات ..... ٢٥٤
(٩,٣) حساب المثلثات والدوائر ..... ٢٦٢
(٩,٤) المتطابقات المثلثية ..... ٢٧٢
(٩,٥) الراديان والرسومات المثلثية ..... ٢٨٠
**الفصل العاشر: سحر العددين $i$ و $e$ ..... ٢٨٧**
(١٠,١) أكثر الصيغ الرياضية جمالاً ..... ٢٨٧
(١٠,٢) العدد التخيلي $i$ : الجذر التربيعي للعدد (١-) ..... ٢٨٨
(١٠,٣) هندسة الأعداد المركبة ..... ٢٩١
(١٠,٤) سحر العدد $e$ ..... ٢٩٨
(١٠,٥) المزيد من مظاهر $e$ ..... ٣٠٥
(١٠,٦) معادلة أويلر ..... ٣١٠
**الفصل الحادي عشر: سحر التفاضل والتكامل ..... ٣١٥**
(١١,١) السير عبر المماسات ..... ٣١٥

(٢, ١١) مسائل القيم العظمى والصغرى ..... ٣٢٥
(٣, ١١) قواعد الاشتقاق ..... ٣٢٧
(٤, ١١) تطبيقات سحرية: متسلسلة تايلور ..... ٣٣٨
**الفصل الثاني عشر: سحر اللانهاية ..... ٣٤٣**
(١, ١٢) إثارة بلا حدود ..... ٣٤٣
(٢, ١٢) مجموع غير منته مهم: المتسلسلة الهندسية ..... ٣٤٥
(٣, ١٢) المتسلسلة التوافقية والتغير ..... ٣٥٧
(٤, ١٢) المجاميع غير المنتهية الشاذة والمستحيلة ..... ٣٦٢
(٥, ١٢) المربعات السحرية! ..... ٣٧١
**خاتمة ..... ٣٧٧**
**شكر وتقدير ..... ٣٨١**
**ثبت المصطلحات ..... ٣٨٥**
أولاً: عربي – إنجليزي ..... ٣٨٥
ثانياً: إنجليزي – عربي ..... ٤٠٣
**كشاف الموضوعات ..... ٤٢١**