الهندسة الريمانية

دليل المبتدئين

تأليف

Framk Morgan

ترجمة

د. ناصر بن إبراهيم التركي

أستاذ مساعد – قسم الرياضيات

كلية العلوم – جامعة الملك سعود

دار جامعة الملك سعود للنشر
KING SAUD UNIVERSITY PRESS

ص.ب ٦٨٩٥٣ - الرياض ١١٥٣٧ المملكة العربية السعودية

ح دار جامعة الملك سعود للنشر، ١٤٤١هـ (٢٠٢٠م)

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

مورغان، فرانك.

الهندسة الريمانية : دليل المبتدئين . / فرانك مورغان ؛ ناصر إبراهيم التركي - الرياض، ١٤٤١هـ.

١٧٢ ص ؛ ١٧سم × ٢٤ سم

ردمك: ٣ - ٨٤٤ - ٥٠٧ - ٦٠٣ — ٩٧٨

١- التفاضل والتكامل أ. التركي، ناصر إبراهيم (مترجم) ب العنوان

ديوي ٥١٥ ١٤٤١/٧٤١٩

رقم الإيداع: ١٤٣٩/٧٤١٩

ردمك: ٣ - ٨٤٤ - ٥٠٧ - ٦٠٣ — ٩٧٨

هذه ترجمة عربية محكمة صادرة عن مركز الترجمة بالجامعة لكتاب:

RiemanniaN Geometry: A Beginner's Guide
By: Frank Morgan
© Copyright 1998

وقد وافق المجلس العلمي على نشرها في اجتماعه الخامس عشر للعام ١٤٣٩/ ١٤٤٠هـ المعقود بتاريخ ٤/ ٧/ ١٤٤٠هـ الموافق ١١/ ٣/ ٢٠١٩م

جميع حقوق النشر محفوظة. لا يسمح بإعادة نشر أي جزء من الكتاب بأي شكل وبأي وسيلة سواء كانت إلكترونية أو آلية بما في ذلك التصوير والتسجيل أو الإدخال في أي نظام حفظ معلومات أو استعادتها بدون الحصول على موافقة كتابية من دار جامعة الملك سعود للنشر.

دار جامعة الملك سعود للنشر
KING SAUD UNIVERSITY PRESS

مقدمة المترجم

الحمد لله رب العالمين، حمداً يليق بجلاله وكماله، والصلاة والسلام على الهادي البشير والسراج المنير المبعوث رحمة للعالمين سيدنا محمد وعلى آله وأصحابه أجمعين، وبعد:

يعد هذا الكتاب من القلة في الهندسة التفاضلية وبالأخص هندسة ريمان، وبالتالي فإن هذا الكتاب يعتبر من الكتب النادرة التي بإذن الله سوف تثري المكتبة العربية في هذا المجال. حيث إنه من خلال البحث في مكتبة الملك سلمان وعدة مكاتب عربية أخرى تبين لي أنه يكاد ينعدم وجود كتاب في الهندسة الريمانية باللغة العربية.

يعتبر هذا الكتاب مرجعاً جيداً في دراسة الطالب لمقرر الهندسة الريمانية، ويتميز في تقديمه للأمثلة والتمارين بطريقة واضحة تساعد الطالب على فهم الموضوع. إضافة لاحتوائه على الرسومات والأشكال الهندسية التي تساعد في توضيح المفهوم الهندسي والرياضي للقارئ. كما يعتبر الكتاب مرجعاً لطلاب البكالوريوس والدراسات العليا في الرياضيات والمتخصصين في فرع الهندسة والتبولوجي، وذلك حيث إن الكتاب يساعد الطالب في بناء أرضية علمية قوية في هندسة ريمان.

يعرض هذا الكتاب المفهوم الرئيس في الهندسة الريمانية وهو الانحناء. حيث إن الانحناء من أهم المفاهيم في الهندسية التفاضلية والمقصود بالانحناء هو قياس مقدار الانحراف في الشكل الهندسي. يشمل الكتاب دراسة السطوح ذات البعد الثنائي في $\mathbb{R}^3$ و $\mathbb{R}^n$ ، السطوح ذات البعد m في $\mathbb{R}^n$. كذلك تم عرض مقدمة في الهندسة الريمانية بدايةً من المنطو الريماني. بعد ذلك يقدم الكتاب بعض النظريات في هندسة ريمان.

يتكون الكتاب من عشرة فصول جاءت كما يلي:

الفصل الثاني: المنحنيات في $\mathbb{R}^n$

يحتوي هذا الفصل على تعريف المنحنى في الفضاء، والمنحنيات المنتظمة وتغيير البارامتر، والسرعة، والتسارع والانحناء. حيث تم دراسة أهمية مفهوم الانحناء للمنحنى وذلك من خلال حل مشكلة المدخنة. حيث إن المنحنى المستخدم في المدخنة هو المنحنى اللولبي والمشكلة كانت ما هو نصف القطر المناسب للمنحنى مقارنة بارتفاعه.

الفصل الثالث: السطوح في $\mathbb{R}^3$

يقدم هذا الفصل تعريف السطوح في $\mathbb{R}^3$ ، والانحناء للسطوح القابلة للاشتقاق مرتين، والمماس المستوى لسطح، والصيغة الأساسية الأولى والصيغة الأساسية الثانية. وتعريف الانحناءات الأساسية وانحناء جاوس والانحناء الوسيطي. كذلك يحتوي الفصل على نظرية لإيجاد مساحة السطوح، ونظرية جاوس إغريغوم.

الفصل الرابع: السطوح في $\mathbb{R}^n$

يعتبر هذا الفصل تعميماً للفصل السابق حيث إنه تم تعميم دراسة السطوح من $\mathbb{R}^3$ إلى $\mathbb{R}^n$.

الفصل الخامس: السطوح ذات البعد m في $\mathbb{R}^n$

يتناول السطوح ذات البعد m في $\mathbb{R}^n$ ، من حيث تعريفها ودراسة الانحناء. حيث يُعرف التانسؤر الأساسي الثاني، ومتجة الانحناء الوسيطي،وتانسؤر انحناء ريمان، وانحناء ريتشي، والمشتقة المتغايرة.

الفصل السادس: هندسة ريمان الداخلية

يقدم هذا الفصل بعض الصيغ والمعادلات الرياضية للهندسة الريمانية، ومنطو ريماني، وانحناء ريمان،ألمنحنيات الجيوديسية، ونظرية للمنحنى المنتظم، وبعض الصيغ للجيوديسك، والهندسة الزائدية، والطارة(الدونات).

الفصل السابع: النسبية العامة

مقدمة لنظرية النسبية العامة، والنسبية الخاصة، وفراغ شوارزشيلد، وفراغ لورينتز.

الفصل الثامن: نظرية جاوس وبونيه

تعتبر هذه النظرية من أهم النظريات في الرياضيات حيث تربط الهندسة بالتوبولوجي. حيث يحتوي هذا الفصل على بعض الصيغ الخاصة بجاوس بونيه، نظرية جاوس بونيه، تطبيق جاوس للسطوح في $\mathbb{R}^3$ ، تطبيق جاوس للسطوح الزائدية، إثبات نظرية جوس بونيت في $\mathbb{R}^3$.

الفصل التاسع: الجيوديسي والهندسة العمومية

يتناول هذا الفصل تعميم الجيودسيك وبعض النظريات في المنطو إلى جزء أكبر في المنطو. كذلك يحتوي على تعريف التطابق الأسي، والانحناء للزمرة $SO(n)$ ، والنقاط المزدوجة وحقل جاكوبي، ونظرية بونيه، ونظرية بونيه–ماريرس، والانحناء عندما يكون قيمة ثابتة، ونظرية الكورة في منطو ريمان، ونظرية المقارنة لراتش.

الفصل العاشر: المعيار العام

في بداية الفصل يتناول الكاتب تعريف المقاييس، وتعميم الانحناءات للمنحنيات، ودراسة اتجاه المنحنى، وبلورات الأملاح المزدوجة، كذلك يتناول ذكر بعض النظريات الخاصة في قياس المنحنيات والانحناء والاتجاه للمنحنى.

وفي النهاية لا يسعني إلا أن أتقدم بالشكر والتقدير لمركز الترجمة في جامعة الملك سعود على دعمهم لمشروع ترجمة هذا الكتاب منذ أن كان فكرة ولحين الانتهاء من ترجمته وتحكيمه. ولعل هذا العمل يثري تخصص الهندسة التفاضلية في المملكة العربية السعودية والدول العربية، ويقدم إضافة مهمة لطلاب مرحلة البكالوريوس والدراسات العليا، حيث يقدم لهم العديد التعاريف والنظريات في الهندسة التفاضلية وبالخصوص في هندسة ريمان.

وأسأل الله التوفيق والسداد، وأن يكون هذا العمل نافعاً وخالصاً لوجهه الكريم، إنه ولي ذلك والقادر عليه، وصلى الله وبارك على نبينا محمد وعلى آله وصحبه وسلم.

المترجم

د. ناصر ابراهيم التركي

كلية العلوم- قسم الرياضيات

تمهيد

تعرض الصيغ المركّبة لهندسة ريمان جانباً مرعباً للطالب. يركّز هذا الكتاب الصغير على المفهوم الرئيس –التقوّس. إنَّه يتناول هندسة ريمان بشكلٍ ميسّر، بناءً على السطوح في $\mathbb{R}^n$ بدلاً من منطويات ريمان المجرّدة.

تأتي بعد ذلك الصيغ الجوهرية الأكثر تعقيداً. تتناول الفصول اللاحقة الهندسة الزائدية، والنسبية العامة، والهندسة العمومية، وبعض الأبحاث الحالية عن منحنيات تقليل الطاقة ومسألة المحيطات المتساوية. تثبت المبرهنات عند تقديمها الفكرة الرئيسة، وتُخفي التفاصيل التي قد تربك الطالب.

أُلِّف هذا الكتاب بناءً على مقررات الدراسات العليا التي قمتُ بتدريسها عن تحليل المُوتر في معهد ماساتشوستس للتكنولوجيا عام ١٩٧٧م، وعن الهندسة التفاضلية في جامعة ستانفورد عام ١٩٨٧م، وفي جامعة برنستون عام ١٩٩٠م، وانطلاقاً من حاجتي إلى فهم التقوّس بشكلٍ أفضل فيما يتعلق بعملي. يتضمن الفصل الأخير بحثاً قام بإعداده طلاب كلية ويليامز.

أودُّ أن أشكر طلابي، ولا سيما أليس أندروود؛ وبول سيجل، مساعدي التدريسي في تحليل المُوتر؛ والمشاركين في الحلقة الدراسية التي أُقيمت في واشنطن ولي بقيادة تيم مردوتش و فرانك جونز، وروب كوسنر، وجون م. وسوليفان، وجين تايلور، وديف ويت.

يتضمن هذا التنقيح للإصدار الثاني الكثير من التمارين الجديدة وتوسُّعاً في الفصل التاسع الذي يتناول الهندسة العمومية. يلي ذلك تمرين مفيد لنيتش [Nit]. ويتضمن ثبت المراجع إسنادات ترافقية لكل اقتباس في هذا الكتاب.

من بين الكتب الأخرى التي رأيتُ أنها مفيدة *Differential* and Riemannian Geometry لمؤلفه لوغويتز [Lau]، Notes on Differential Geometry لمؤلفه هيك [Hi] (يا للأسف نفدت

طبعته)، Comprehensive Introduction to Differential Geometry لمؤلفه سبيفاك [S]، Differential Geometry لمؤلفه ستوكر [St]. وقد قدم تشافل [Ch] وبيترسن [Pet2] نصوصاً أكثرَ تعقيداً عن هندسة ريمان.

إنَّني أستخدم هذا الكتاب حالياً وكتاب *Geometric Measure Theory: A Beginner's Guide* [M]، وقد قام بتحريرهما وتزويدهما برسومات جيم بريدت التوضيحية كلاوس بيترز، كنصوص لمقرر جامعي متقدم لفصل واحد في كلية ويليامز.

وليامز تاون، ماساتشوستس

فرانك مورغان

المحتويات

مقدمة المترجم ..... هـ

تمهيد ..... ط

الفصل الأول: المقدمة ١

االفصل الثاني: لمنحنيات في $\mathbb{R}^n$ ٥

الفصل الثالث: السطوح في $\mathbb{R}^3$ ١١

الفصل الرابع: السطوح في $\mathbb{R}^n$ ٢٩

الفصل الخامس: السطوح ذات البعد m في $\mathbb{R}^n$ ٣٥

الفصل السادس: الهندسة الريمانية الداخلية ٥١

الفصل السابع: النسبية العامة ٧١

الفصل الثامن: نظرية جاوس وبونيه ٨٧

الفصل التاسع: الجيوديسي والهندسة العمومية ١٠١

الفصل العاشر: المعيار العام ١١٥

الصيغ المختارة ١٢٩

حل التمارين المختارة ١٣٣

المراجع ١٤٥

دليل الرموز ١٤٩

دليل الأسماء **١٥٣**
ثبت المصطلحات: أولاً : عربي – إنجليزي **١٥٥**
ثانياً : إنجليزي – عربي..... **١٦٢**
كشاف الموضوعات **١٧١**