بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة في
التفاضل والتكامل

تأليف

د. إبراهيم بن صالح العليان **أ.د. حسني علي عبد السلام**

قسم الرياضيات – كلية العلوم

جامعة الملك سعود

النشر العلمي والمطابع - جامعة الملك سعود

ص.ب ٦٨٩٥٣ - الرياض ١١٥٣٧ - المملكة العربية السعودية

ح جامعة الملك سعود، ١٤٣٢هـ (٢٠١١م)

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

العليان، إبراهيم بن صالح

مقدمة في التفاضل والتكامل./ إبراهيم بن صالح العليان؛ حسني علي عبدالسلام.- الرياض، ١٤٣١هـ

٢٥٣ص؛ ١٧×٢٤سم

ردمك: ٣-٧١١-٥٥-٩٩٦٠-٩٧٨

١- التفاضل والتكامل ٢- الجبر التفاضلي أ. عبدالسلام، حسني علي (مؤلف مشارك)

ب. العنوان

ديوي ٥١٥ ١٤٣١/٨٨٥٠

رقم الإيداع: ١٤٣١/٨٨٥٠

ردمك: ٣-٧١١-٥٥-٩٩٦٠-٩٧٨

حكمت هذا الكتاب لجنة متخصصة شكلها المجلس العلمي بالجامعة، وقد وافق على نشره في اجتماعه العشرين للعام الدراسي ١٤٣٠/١٤٣١هـ المعقود بتاريخ ١٤٣١/٦/٩هـ الموافق ٢٠١٠/٥/٢٣م.

النشر العلمي والمطابع ١٤٣٢هـ

إهداء

إلى والـدي رحمـه الله، والـذي كـان خـير معـين لـي في فـترة الدراسـة وبعـد التخـرج والحصول على شهادة الدكتوراه قبل أن يوافيه الأجل، وأسأل الله أن يغفر له ويرحمه ويجزيه خير الجزاء.

كمـا أهـدي هـذا الكتـاب إلى والـدتي حفظهـا الله، الـشمعة الـتي تـضيء لـي الطريق، ، ، وكذلك زوجتي التي كانت خير سند لي خلال الفترة التي قضيتها في تأليف الكتاب، وأبنائي كادي وصالح.

د. إبراهيم بن صالح العليان

إلى والدي رحمهما الله ، ، ،

أ.د. حسني علي عبدالسلام

مقدمة المؤلفين

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على أشرف المرسلين، نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد:

فقد نشأت فكرة تأليف هذا الكتاب للمساهمة في توضيح مبادئ التفاضل والتكامل بشكل ميسر ومبسط لطلاب المرحلة الجامعية في كتاب واحد.

ينقسم هذا الكتاب إلى ثمانية فصول، وفي نهاية كل فصل يوجد العديد من التمارين التي تساعد القارئ على فهم الفصل بشكل أكثر عمقًا. كما يحتوي هذا الكتاب على العديد من الأمثلة المحلولة. وقد استخدمنا الترقيم المألوف في الكتب لكل من التعاريف والنظريات والأمثلة، فعندما نكتب تعريف (١,٢)، فهذا يعني التعريف الثاني في الفصل الأول، ... وهكذا.

نقدم في الفصل الأول نبذة عن المتباينات، وأنواعها (خطية، كثيرة حدود، كسرية، مقياس، ...إلخ) وطريقة حل كل نوع منها، وفي الفصل الثاني نتعرف على الدوال، ومجالها ومداها، والعمليات على الدوال. كما نتعرف على أنواع الدوال (زوجية، فردية، أحادية، شاملة، ...إلخ). بعد ذلك نوضح مفهوم الدوال العكسية، ثم نختم الفصل بالدوال المثلثية والمثلثية العكسية.

في الفصلين الثالث والرابع، نناقش مفهوم النهايات، والاتصال ونتعرض للعديد من النظريات ونبين كيفية إيجاد النهاية للدالة، ونشرح مفهوم النهاية اليمنى واليسرى، ونوضح متى تكون النهاية موجودة ومتى تكون الدالة متصلة.

في الفصل الخامس، نقوم بتوضيح مفهوم الاشتقاق، وعرض قوانين الاشتقاق ونعرض مفهوم الاشتقاق الضمني وكذلك مشتقات الدوال المثلثية. في الفصل السادس، نعرف الدوال الأسية واللوغاريتمية، ونوضح قوانين اشتقاقهما، مع إعطاء العديد من الأمثلة التوضيحية.

في الفصل السابع، نذكر عددا من التطبيقات على الاشتقاق، مثل القيم القصوى والتزايد والتناقص، ونظرية رووِل والقيمة المتوسطة، وكذلك التقعر ونقط الانقلاب، ونختم الفصل بإعطاء خطوات عملية لرسم الدوال. في الفصل الثامن، نتطرق لمفهوم التكامل، ونفصل في طرق إيجاد تكامل الدوال. ثم نبين مفهوم التكامل المحدد.

ونتوجه بالشكر لمركز بحوث كلية العلوم على دعمه لتأليف هذا الكتاب، حيث تم تأليف هذا الكتاب بدعم من مركز بحوث كلية العلوم برقم (Math/2007/08/B).

وفي الختام نأمل أن نكون قد ساهمنا في زيادة محتوى المكتبة العربية بتأليف هذا الكتاب، وإثراء الجانب المعرفي لدى أبنائنا الطلاب، وأن يجد هذا الكتاب الاستحسان والقبول لدى القارئ. مرحبين بآرائكم النيرة واقتراحاتكم البناءة فيما يتعلق بمادة الكتاب.

والله من وراء القصد.

المؤلفان

د. إبراهيم بن صالح العليان
ialolyan@ksu.edu.sa
أ.د. حسني علي عبدالسلام
hosny@ksu.edu.sa

المحتويات

إهداء ..... هـ

مقدمة المؤلفين ..... ز

الفصل الأول: المتباينات

(١,١) الأعداد الحقيقية ١

(١,٢) الفترات ٢

(١,٣) حل المتباينات ٥

(١,٤) تمارين عامة ١٧

الفصل الثاني: الدوال

(٢,١) تعاريف أساسية ١٩

تمارين (٢,١) ٢١

(٢,٢) مجال الدالة الحقيقية ومداها ٢٢

تمارين (٢,٢) ٢٧

(٢,٣) العمليات على الدوال ٢٨

تمارين (٢,٣) ٣٢

(٢,٤) تصنيف الدوال ٣٣

تمارين (٢,٤) ٣٧

(٢,٥) الدالة العكسية ٣٨

تمارين (٢,٥) ٤٠
(٢,٦) الدوال المثلثية والمثلثية العكسية ٤١
(٢,٦,١) الزوايا والتقدير الدائري ٤١
(٢,٦,٢) رسم الزوايا ٤٤
(٢,٦,٣) دالة الجيب وجيب التمام ٤٥
(٢,٦,٤) بقية الدوال المثلثية ٥٣
(٢,٦,٥) الدوال المثلثية العكسية ٥٦
تمارين (٢,٦) ٦١

الفصل الثالث: النهايات

(٣,١) تعريف نهاية الدالة ٦٣
(٣,٢) خواص النهايات ٦٨
(٣,٣) نهايات الدوال المثلثية ٧٤
(٣,٤) النهايات عند المالانهاية ٧٧
(٣,٥) النهاية اليمنى واليسرى ٨٢
(٣,٦) تمارين عامة ٨٤

الفصل الرابع : الاتصال

(٤,١) تعريف الاتصال ٨٧
(٤,٢) الاتصال من اليمين ومن اليسار ٩٢
(٤,٣) خواص الدوال المتصلة ٩٥
(٤,٤) تمارين عامة ١٠١

الفصل الخامس: الاشتقاق

(٥,١) تعريف المشتقة ١٠٣
تمارين (٥,١) ١١١

(٥,٢) قوانين الاشتقاق ١١٢
تمارين (٥,٢) ١١٩
(٥,٣) المشتقات العليا ١٢٠
تمارين (٥,٣) ١٢٣
(٥,٤) قاعدة السلسلة ١٢٣
تمارين (٥,٤) ١٢٧
(٥,٥) مشتقة الدوال المثلثية ١٢٨
تمارين (٥,٥) ١٣٤
(٥,٦) الاشتقاق الضمني ١٣٤
تمارين (٥,٦) ١٣٧
(٥,٧) مشتقات الدوال المثلثية العكسية ١٣٨
تمارين (٥,٧) ١٤٥

الفصل السادس: الدوال الأسية واللوغاريتمية ومشتقاتها

(٦,١) الدالة الأسية ١٤٧
(٦,٢) الدالة اللوغاريتمية ١٤٩
(٦,٣) العدد e واللوغاريتم الطبيعي ١٥٢
(٦,٣,١) الدالة الأسية للأساس الطبيعي e ١٥٣
(٦,٣,٢) الدالة اللوغاريتمية للأساس الطبيعي e ١٥٤
تمارين (٦,٣) ١٥٦
(٦,٤) مشتقات الدوال اللوغاريتمية والأسية ١٥٧
تمارين (٦,٤) ١٦٩

الفصل السابع: تطبيقات على الاشتقاق

(٧,١) القيم القصوي ١٧١

تمارين (٧,١) ١٧٨
(٧,٢) التزايد، التناقص وتصنيف النقاط الحرجة ١٧٩
تمارين (٧,٢) ١٨٧
(٧,٣) نظرية رول و القيمة المتوسطة ١٨٧
تمارين (٧,٣) ١٩٢
(٧,٤) التقعر ونقاط الانقلاب ١٩٣
تمارين (٧,٤) ٢٠٠
(٧,٥) رسم المنحنيات ٢٠١
تمارين (٧,٥) ٢٠٩

الفصل الثامن: التكامل

(٨,١) التكامل غير المحدد..... ٢١١
تمارين (٨,١) ٢١٤
(٨,٢) التكامل بالتعويض..... ٢١٥
تمارين (٨,٢) ٢٢٣
(٨,٣) التكامل بالتجزيء..... ٢٢٣
تمارين (٨,٣) ٢٣٠
(٨,٤) التكامل المحدد..... ٢٣١
تمارين (٨,٤) ٢٣٩
المراجع..... ٢٤١
ثبت المصطلحات..... ٢٤٣
أولاً: عربي – إنجليزي..... ٢٤٣
ثانياً: إنجليزي – عربي..... ٢٤٧
كشاف الموضوعات ٢٥١