





# التحليل العددي

تأليف

أ. د. عيسى بن عبدالله السعيد

قسم الرياضيات - كلية العلوم

جامعة الملك سعود

النشر العلمي والمطابع - جامعة الملك سعود

ص. ب. ٦٨٩٥٣ - الرياض ١١٥٣٧ - المملكة العربية السعودية



جامعة الملك سعود، ١٤٣٢هـ (٢٠١١م).

ح

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

التحليل العددي. / عيسى بن عبدالله السعيد. - الرياض، ١٤٣٢هـ

٥٣٢ ص؛ ١٧ سم × ٢٤ سم

ردمك: ٤-٨١٣-٥٥-٩٩٦٠-٩٧٨.

١- التحليل العددي ٢- التحليل الرياضي - معالجة البيانات

أ. العنوان

١٤٣٢/٤٦٢٩

ديوي ٥١٩

رقم الإيداع: ١٤٣٢/٤٦٢٩

ردمك: ٤-٨١٣-٥٥-٩٩٦٠-٩٧٨

حكمت هذا الكتاب لجنة متخصصة شكلها المجلس العلمي بالجامعة، وقد وافق المجلس العلمي على نشره، بعد اطلاعه على تقارير المحكمين في اجتماعه الثاني للعام الدراسي ١٤٣١/١٤٣٢هـ المعقود بتاريخ ٢٤/١٠/١٤٣١هـ الموافق ٣/١٠/٢٠١٠م.

النشر العلمي والمطابع ١٤٣٢هـ



## المقدمة

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على من أرسله الله رحمة للعالمين نبينا محمد وآله وصحبه أجمعين وبعد:

يعد التحليل العددي من أهم فروع الرياضيات، فهو أحد المتطلبات العلمية وقاعدة أساسية يركز عليها تطبيقات كثير من العلوم الحديثة ومن هذا المنطلق ونظراً لقلة المراجع العربية في هذا التخصص فقد ارتأيت أن أقدم كتابي هذا بين يدي الطالب والباحث. وبلاستفادة من خبرتي السابقة على مدى عشرين عاماً في تدريس مقررات التحليل العددي لطلبة كليات العلوم، الحاسب الآلي، الهندسة والزراعة وعلوم التغذية بجامعة الملك سعود فقد حاولت أن أضع بين يدي القارئ المعلومة بصورة مبسطة وسلسلة مقرباً الفهم بأسلوب ميسر عبر التدرج في صعوبة الأمثلة متلافياً الصعوبات والتعقيدات التي قد يواجهها الطالب. ويتضمن الكتاب العديد من الأمثلة المشروحة بالتفصيل قدر المستطاع إضافة إلى الأشكال التوضيحية والتمارين التي تساعد على سرعة الفهم وتركيز المعلومة لدى المتلقي وأمل أن أكون قد وفقت في ذلك. أما فيما يتعلق بالناحية الحسابية فقد أثرت كتابة خوارزميات توضح كيفية تنفيذ الطرائق العددية ولم أتطرق إلى ذكر برامج حاسوبية معينة؛ فقد بات من البديهي استخدام مثل هذه البرامج حيث أن كل ما يلزم المستخدم هو قراءة أوامر

البرنامج الحاسوبي ثم استخدامه لتنفيذ الطريقة العددية. من ناحية أُخرى، فإن كتابة الخوارزميات يُقيّم وبشكل جيد مدى فهم القارئ للطريقة العددية المستخدمة وذلك بمحاولة ترتيبها بشكل خوارزمي (نظام حسابي). وبناء عليه، فإن قراءة الخوارزمية (أو كتابتها) تكون ذات فائدة أفضل بكثير من استخدام برامج جاهزة لتنفيذ الطريقة العددية مثل برامج الماتلاب (MATLAB)، ماثماتيكا (MATHEMATICA) أو غيرها.

يحتوي الكتاب على ثمانية فصول متتابعة بطريقة متسقة بما يضمن تسلسل المواضيع بطريقة منطقية. ويفترض أن يكون القارئ ملماً ببعض المواضيع الأساسية في الرياضيات التي تُدرّس عادة في مقررات مثل الحساب ومبادئ الجبر الخطي.

يتضمن الفصل الأول بعض المفاهيم والنظريات الأساسية في التحليل والحسابات والتي تعد أساسية لبقية الفصول وقد استعرضناها بإيجاز وذلك لجعل الكتاب ذاتي المحتوى قدر المستطاع.

نظراً لأهمية مسألة إيجاد حلول (جذور) المعادلات غير الخطية ذات المتغير الواحد والتي تسمى أيضاً مسألة أصفار الدوال ولما لها من تطبيقات عديدة في حياتنا اليومية فقد خصصنا الفصل الثاني لمناقشة هذه المسألة وقد قسمنا هذا الفصل إلى تسعة بنود استعرضنا فيها أشهر الطرائق المعروفة لحل هذه المسألة.

في الفصل الثالث نقدم بعض الطرائق المباشرة والتكرارية لحل أنظمة المعادلات الخطية وقد تم تقسيمه إلى سبع بنود حيث ناقشنا استخدام هذه الطرائق مع تحليل الأخطاء المرافقة للحلول التقريبية.

خصصنا الفصل الرابع لدراسة مسألة الاستكمال إذ تعد مسألة الاستكمال إحدى الطرائق الرياضية المهمة والمستخدمه في الكثير من المواقف في حياتنا اليومية. تتضمن معظم هذه المواقف ملاحظات مرئية مأخوذة من تجارب معينة وأمثلة تطبيقية

قد يكون استخدام الاستكمال هو الأسلوب الوحيد أو الأمثل لحلها، كذلك فإن الاستكمال يستخدم رياضياً في الكثير من المسائل العامة في مجال نظرية التقريب. نقدم هنا شرح مفصل للاستكمال باستخدام دوال الشرائح بما في ذلك الشريحة الخماسية.

أفردنا الفصل الخامس لدراسة التفاضل والتكامل العددي والذي يعد ذا فائدة تطبيقية كبيرة. نقدم في هذا الفصل بعض الصيغ العددية لحساب قيم تقريبية للتفاضل الأول، الثاني، الثالث والرابع لدالة ما، وكذلك بعض الصيغ العددية لتقريب التكامل المحدود. أوضحنا كيفية استنتاج بعض هذه الصيغ حيث تعتمد على مبدأ الاستكمال الذي تمت مناقشته في الفصل الرابع.

في الفصل السادس ناقش بعض الطرائق العددية لمسألة القيمة الابتدائية في المعادلات التفاضلية العادية وندرس التقارب والاستقرار لبعض هذه الطرائق. حاولنا في هذا الفصل عرض أهم الطرائق لحل هذه المسألة بصورة تفصيلية وبمبسطة في ذات الوقت للباحث المتخصص حيث أتبعنا كل طريقة بأمثلة توضيحية كافية لتعزيز الفهم لدى المتلقي.

في الفصل السابع، ناقش بعض الطرائق العددية لحل أنظمة المعادلات غير الخطية. ندرس هنا تقارب هذه الطرائق وكيفية استخدامها ومقارنتها من حيث أفضلية الاستخدام.

يتضمن الفصل الثامن بعض الطرائق العددية لحل مسألة القيم الحدية في المعادلات التفاضلية العادية حيث استعرضنا بعض الطرائق لحل المسائل الخطية وغير الخطية. نقدم هنا أيضاً طريقة دالة الشريحة التكميلية لحل هذه المسألة ونستعرض بالتفصيل كيفية استخدامها بحل مثال تطبيقي.

في نهاية كل فصل يجد القارئ العديد من التمارين التي تعزز فهمه لما ورد في الفصل من مفاهيم أساسية وطرائق عددية لحل المسائل بحيث يختبر عبر حلها مدى استيعابه ومقدرته على تطبيق الطرائق المذكورة.

نشير هنا إلى أنه لم يكن من أهداف الكتاب مناقشة الطرائق العددية لحل مسألة القيم والمتجهات المميزة وتلك المتعلقة بحل المعادلات التفاضلية الجزئية؛ إذ أن هذا الكتاب يستهدف تغطية المواضيع التي عادة ما تدرس في مقرري التحليل العددي لمرحلة البكالوريوس. كما يمكن لهذا الكتاب أن يُلبى احتياجات الباحث المهتم بالمواضيع والطرائق العددية الواردة فيه. علاوة على ذلك فإن كتابنا هذا يناقش طريقة دالة الشريحة لحل مسألة القيم الحدية والتي نادراً ما تكون موجودة في كتب التحليل العددي.

وفي النهاية أسأل الله أن أكون قد وفقت في عرض محتويات الكتاب بما يثري المكتبة العربية ويسهم في تعزيزها وينفع الطلاب والباحثين ويسرني أن أستقبل أي ملاحظات يتقدم بها المطلعون على هذا الكتاب. كما أود أن أشكر كل من ساهم في إنجاز هذا الكتاب وأخص بالشكر الأستاذ نامي بن محمد العضياني على تحريره ومراجعته.

المؤلف



## المحتويات

المقدمة.....	هـ
الفصل الأول: مفاهيم أساسية.....	١
(١, ١) مفاهيم أساسية في التحليل ونظرية تايلور .....	١
(١, ٢) الحسابات وأخطاء التدوير .....	١٠
(١, ٣) التقارب.....	١٧
(١, ٤) تمارين.....	٢٠
الفصل الثاني: حل المعادلات غير الخطية ذات المتغير الواحد .....	٢٣
(٢, ١) طريقة التنصيف .....	٢٤
(٢, ٢) طريقة الوضع الخاطئ .....	٣٢
(٢, ٣) معايير الوقوف .....	٣٧
(٢, ٤) طريقة تكرار النقطة الثابتة .....	٤١
(٢, ٥) طريقة نيوتن - رافسون .....	٥٧
(٢, ٦) طريقة القاطع .....	٦٤
(٢, ٧) تحليل الخطأ ومعدل التقارب .....	٦٨

٨٤	طريقة ايتكن - $\Delta^2$ .....
٨٩	جذور كثيرات الحدود .....
١٠٢	تمارين (٢,١٠) .....
١١٥	الفصل الثالث: حلول أنظمة المعادلات الخطية .....
١١٧	(٣,١) المصفوفة الجبرية .....
١٢٧	(٣,٢) طريقة الحذف الجاوسي .....
١٤٠	(٣,٣) طريقة الحذف الجاوسي مع الارتكاز .....
١٤٨	(٣,٤) التحليل المثلثي للمصفوفات .....
١٦٣	(٣,٥) المعايير المتجهية والمصفوفية .....
١٦٧	(٣,٦) تحليل الخطأ للحلول العددية .....
١٧٧	(٣,٧) الطرائق التكرارية لحل أنظمة المعادلات الخطية .....
١٩٧	(٣,٨) تمارين .....
٢٠٩	الفصل الرابع : الاستكمال .....
٢١٠	(٤,١) الاستكمال بواسطة كثيرات الحدود .....
٢١٣	(٤,٢) كثيرة حدود لاغرانج .....
٢٢٣	(٤,٣) فروق القسمة .....
٢٣٠	(٤,٤) طرائق الفترات المتساوية .....
٢٣٨	(٤,٥) استكمال هيرميت .....
٢٤٦	(٤,٦) الاستكمال باستخدام دالة الشريحة .....

٢٦٤	..... تمارين (٤,٧)
٢٧٥	..... الفصل الخامس : التفاضل والتكامل العددي.
٢٧٦	..... (٥, ١) صيغ عددية للتفاضل الأول
٢٩١	..... (٥, ٢) صيغ عددية للتفاضلات العليا
٢٩٦	..... (٥, ٣) استيفاء ريشاردسون لحساب التفاضل
٢٩٩	..... (٥, ٤) التكامل العددي
٣١٢	..... (٥, ٥) صيغ التكامل العددي المركبة
٣٢٠	..... (٥, ٦) تكامل رومبرغ
٣٢٦	..... (٥, ٧) تكامل جاوس
٣٣٤	..... (٥, ٨) تمارين
٣٤٥	..... الفصل السادس: مسألة القيمة الابتدائية في المعادلات التفاضلية العادية
٣٤٧	..... (٦, ١) مفاهيم أساسية
٣٤٩	..... (٦, ٢) طرائق الفروق المنتهية
٣٦١	..... (٦, ٣) طرائق تايلور
٣٦٧	..... (٦, ٤) طرائق رنج- كوتا
٣٨٤	..... (٦, ٥) طرائق متعددة الخطوات
٣٩٢	..... (٦, ٦) الاستقرار، التقارب وتحليل الخطأ
٣٩٧	..... (٦, ٧) طرائق التنبؤ والتصحيح
٤٠٢	..... (٦, ٨) تمارين

٤٠٩	الفصل السابع : حل أنظمة المعادلات غير الخطية.....
٤١٢	(٧, ١) طريقة تكرار النقطة الثابتة .....
٤٢٠	(٧, ٢) طريقة نيوتن.....
٤٢٥	(٧, ٣) طرائق شبه نيوتن .....
٤٣٤	(٧, ٤) تمارين .....
٤٤١	الفصل الثامن: مسائل القيم الحدية في المعادلات التفاضلية العادية.....
٤٤٢	(٨, ١) مفاهيم أساسية .....
٤٤٥	(٨, ٢) طريقة الفروق المنتهية .....
٤٥٦	(٨, ٣) طريقة الفروق المنتهية لمسألة القيم الحدية المختلطة .....
٤٦١	(٨, ٤) طريقة الفروق المنتهية لحل مسألة القيم الحدية غير الخطية .....
٤٦٩	(٨, ٥) طرائق تصغير دالة الترسب .....
٤٧٧	(٨, ٦) طريقة دالة الشريحة التكميلية لحل مسألة القيم الحدية الخطية.....
٤٨٦	(٨, ٧) تمارين .....
٤٩٧	المراجع .....
٥٠١	ثبت المصطلحات .....
٥٠١	أولاً: عربي - إنجليزي .....
٥١٤	ثانياً: إنجليزي - عربي .....
٥٢٧	كشاف الموضوعات .....