



الحلقات ، الحلقيات والجبر الخطي

كتاب في الجبر يصف بنية الزمر الإبدالية والأشكال القانونية
للمصفوفات من خلال دراسة الحلقات والحلقيات

تأليف

ت. هاوكس

جامعة وارنر

ب. هارتلي

جامعة مانشستر

ترجمة

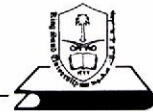
أحمد حميد شراري

يوسف عبدالله الخميس

قسم الرياضيات ، كلية العلوم

جامعة الملك سعود

النشر العلمي والمطابع - جامعة الملك سعود



ص . ب ٦٨٩٥٣ الرياض ١١٥٣٧ - المملكة العربية السعودية

ح جامعة الملك سعود ١٤٢٠هـ (١٩٩٩م)

هذه ترجمة عربية مصرح بها لكتاب :

Rings, Modules and Linear Algebra

By: B. Hartley and T.O. Hawkes

Published by: Chapman & Hall, The University Press, Cambridge, First Edition, 1970

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

هارتلي ، ب ؛ هاوكس ، ت .

الحلقات ، الحلقيات والجبر الخطي / ترجمة : يوسف
عبدالله الخميس ، أحمد حميد شراري . - الرياض .

٦٠٠ ص ؛ ١٧ سم × ٢٤ سم

ردمك ٨-٧١٧-٠٥-٩٦٦٠

١- الحلقات ، الحلقيات والجبر الخطي
٢- الحلقات
أ- يوسف عبدالله الخميس (مترجم)
ب- أحمد حميد
شراري (مترجم) ج- العنوان

١٩/٠٢١٨

ديوي ٦٢٩,٠٤

رقم الإيداع : ١٩/٠٢١٨

حكمت هذا الكتاب لجنة متخصصة شكلها المجلس العلمي
بالجامعة ، وقد وافق على نشره بعد اطلاعه على تقارير المحكمين
في اجتماعه الثالث والعشرين للعام الدراسي ١٤١٥/١٤١٦هـ
المعقود في ١٣/١/١٤١٦هـ الموافق ١١/٦/١٩٩٥م .

النشر العلمي والمطابع ١٤٢٠هـ/١٩٩٩م



مقدمة المترجمين

لعل من أسس العمل الأكاديمي الرجوع إلى المصادر الرئيسة في الاختصاصات المختلفة والترجمة أحد مصادر الاتصال الحضاري بين الأمم وتداخل حضاراتها. لاشك أن الأساتذة الزملاء والدارسين، يستشعرون النقص الذي تعانيه المكتبة العربية في حقول الرياضيات المختلفة؛ سواءً من الكتب المؤلفة أو المترجمة. ونرجو أن يكون في تجربتنا المتواضعة هذه بعض ما يفيد في إثراء المكتبة العربية في حقول الرياضيات.

لعل قيامنا بتدريس الجبر الخطي ونظريتي الزمر والحلقات، قد وُلد لدينا الرغبة بضرورة أن يتوافر للدارس العربي، ما يمكن أن يعينه في فهم هذه الموضوعات الجوهرية في الرياضيات. كما كان اتصالنا بمادة الكتاب من خلال تدريسنا، حافزاً لتقديمه إلى قراء العربية. كما يجد القارئ في مقدمة المؤلفين الأسباب الأخرى التي دعتنا لترجمة هذا الكتاب.

أيها القارئ الكريم، إن إحدى المصاعب في الترجمة إلى اللغة العربية هي اختلاف المصطلحات من بلد عربي إلى آخر، وللتوحيد - قدر الإمكان في هذا المجال - كان مرجعنا ما اتفق عليه مكتب تنسيق التعريب في الرباط التابع للمنظمة العربية للثقافة والتربية والعلوم، ومعجم الرياضيات الذي أصدرته، مشكورة، مؤسسة الكويت للتقدم العلمي.

وأخيراً يسرنا أن نوجه الشكر لمركز الترجمة في جامعة الملك سعود على تبنيه قضية تعريب التعليم الجامعي ، وموافقته على نشر الكتاب كما نخص بالشكر والعرفان جامعة الملك سعود على تشجيعها وتبنيها نشر هذا الكتاب راجين من الله العلي القدير أن ينفع بهذا المطبوع ويحسن القصد والعاقبة وآخر دعوانا أن الحمد لله رب العالمين . وفي الختام نستسمح القارئ عذراً، إذا صادف بعض الهفوات والأخطاء الطباعية التي لا تخفى عليه .

مقدمة المؤلفين

اعتمد هذا الكتاب على مجموعة محاضرات أعطيت لطلبة البكالوريوس في الرياضيات في بداية المستوى الثاني في جامعة وارك (Warwick) في بريطانيا. لقد أكمل الطالب عند هذه المرحلة مقرراً في أسس الرياضيات، فُدم فيه الترميز الحديث وبعض البنى الأساسية التي أصبحت الآن مألوفة لمعظم الطلاب عند انتهاء حياتهم المدرسية، ومقرراً في الجبر الخطي. لذلك نفترض أن للطلاب خلفية جيدة عن لغة المجموعات، العمليات، التطبيقات وكذلك معرفة لا بأس بها بالفضاءات المتجهة، التحويلات الخطية والمصفوفات.

لقد حاولنا خدمة جمهور واسع من طلاب الرياضيات في المرحلة الجامعية من خلال إعداد كتاب مقروء، ممتع، ويعطي في الوقت نفسه وصفاً دقيقاً عن كيفية تقديم فكرة جبرية أساسية معينة وتطويرها واستخدامها في حل بعض المسائل الجبرية الملموسة ومن بينها ما يلي:

(أ) كيف يتم تصنيف الزمر الإبدالية المولدة نهائياً؟

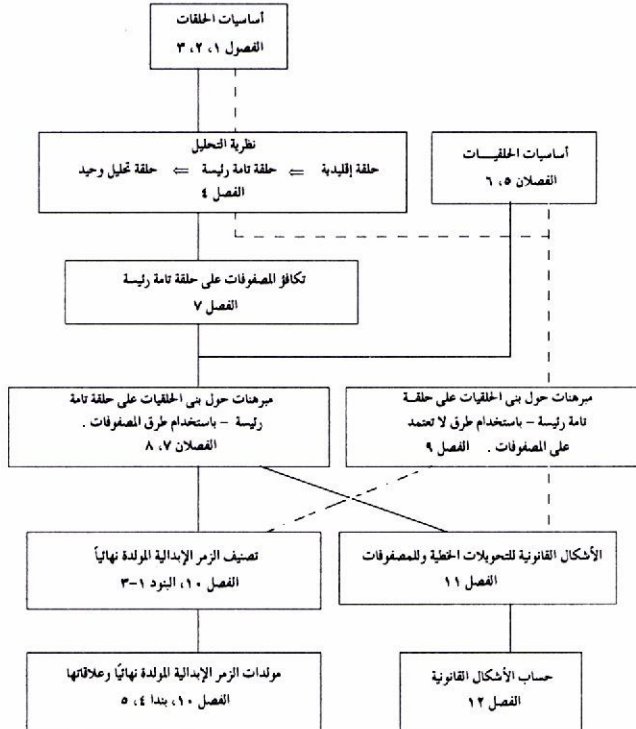
(ب) كيف نختار أساساً لفضاء متجه مولد نهائياً بحيث تكون مصفوفة تحويل خطي معين من الفضاء المتجه إلى نفسه، بالنسبة إلى الأساس المختار، ذات شكل مناسب يمكن التعامل معه بسهولة؟

إن مفهوم الحلقة على حلقة، أساسي وهو فكرة لها أهمية مركزية في الجبر الحديث، وتجمع تحت نفس السقف كثيراً من الأفكار المألوفة التي تبدو عند النظرة الأولى وكأنها غير مرتبطة. عندما نختار نوع الحلقة المستخدمة، ونضع بعض القيود عليها، يمكن تطوير بنية كاملة لحلقات مأخوذة على هذه الحلقة. سندعم النظرية العامة ببعض الحالات الخاصة التي يمكن التوسع في دراستها حتى تستخدم في التطبيقات.

شمل الكتاب ثلاثة أجزاء. يختص الجزء الأول بتعريف المفاهيم والمصطلحات وتجميع الأفكار الأساسية، وتطوير نظرية التحليل إلى عوامل في حلقة تامة رئيسة سنحتاج إليها لاحقاً. ويتعامل الجزء الثاني مع مبرهنات التفريق الأساسية التي تصف بنية الحلقات المولدة نهائياً على حلقة تامة رئيسة. ويغطي الجزء الثالث - ويمكن اعتباره أهم الأجزاء - تطبيقات لهذه المبرهنات. أحد هذه التطبيقات هو تصنيف، تحت سقف تغيير الأساس، التحويلات الخطية من فضاء متجه إلى نفسه. ويتضح أن هذه المسألة مكافئة لإيجاد الأشكال القانونية للمصفوفات تحت تأثير التشابه، وبصفة خاصة شكل جوردان القانوني. هذه مسألة ذات أهمية كبيرة، وبالإضافة إلى ذلك، فهي تستخدم بشكل متكرر في كثير من الموضوعات الرياضية من المعادلات التفاضلية إلى الهندسة الإسقاطية. تزودنا لغة نظرية الحلقات بمفهوم بسيط ورائع لشكل جوردان القانوني، وتزداد أهمية هذه اللغة في الرياضيات؛ لذلك يجب تقديمها في مرحلة مبكرة خاصة أنها تمثل في صيغتها البدائية نظرية الفضاءات المتجهة على حلقة عامة بدلا من حقل، ولذلك فإن مكانها الطبيعي يكون في «مقرر ثان في الجبر الخطي». إن الجزئين الثاني والثالث يؤديان دورين مكملين لبعضهما؛ حيث تظهر النظرية العامة وحدة المفاهيم في الجزء الثاني، وبساطة التطبيقات في الجزء الثالث، كما نلاحظ في الوقت نفسه أن التطبيقات في الجزء الثالث تزودنا بمرور قوي للنظرية العامة وأساس راسخ وملموس لها. للحصول على معلومات إضافية عن تنظيم الكتاب يمكن للقارئ أن يرجع إلى مخطط انسياب الكتاب.

تنظيم الموضوعات

يرمز المسار المستمر إلى الطريق الرئيسي خلال الكتاب . ويرمز المسار المنقط إلى طريق بديل لا يستمر إلى الموضوعين المذكورين أسفل المخطط .



ملاحظات للقارئ

- ١ - رُقِّمت التعاريف، والمأخوذات، والمبرهنات، . . . الخ، تعاقبياً بأرقام من الشكل (م - ن) حيث يرمزم لرقم الفصل و ن للموضع ضمن الفصل .
- ٢ - رُقمت المعادلات التي تدعو الحاجة للرجوع إليها برقم (ن) على الجهة اليمنى للصفحة، ويبدأ الترقيم بالفصل .
- ٣ - دُيِّل كل فصل بتمارين، وتدُل علامة النجمة على التمارين الأصعب .

المحتويات

صفحة	
هـ	مقدمة المترجمين
ز	مقدمة المؤلفين

الجزء الأول : الحلقات والحلقيات

الفصل الأول : الحلقات - تعاريف وأمثلة

٣	١ - تعريف الحلقة
٥	٢ - بعض الأمثلة على الحلقات
١٢	٣ - بعض الأنواع الخاصة من الحلقات

الفصل الثاني : الحلقات الجزئية ، التشاكلات والمثاليات

١٩	١ - الحلقات الجزئية
٢٤	٢ - التشاكلات
٣٤	٣ - بعض خواص الحلقات الجزئية والمثاليات

الفصل الثالث : بناء حلقات جديدة

٤١	١ - المجموع المباشر
٤٦	٢ - حلقات كثيرات الحدود
٥٧	٣ - حلقات المصفوفات

الفصل الرابع: التحليل في الحلقات التامة

- صفحة
- ٦٣ ١ - الحلقات التامة.
- ٦٦ ٢ - القواسم، عناصر الوحدة، والعناصر المتشاركة
- ٧١ ٣ - حلقات التحليل الوحيد
- ٧٧ ٤ - الحلقات التامة الرئيسة والحلقات الإقليدية
- ٨٢ ٥ - تفاصيل أكثر عن الحلقات الإقليدية

الفصل الخامس: الحلقيات

- ٩١ ١ - تعريف الحلقية على حلقة
- ٩٧ ٢ - الحلقيات الجزئية
- ١٠٢ ٣ - التشاكلات وحلقيات القسمة
- ١٠٦ ٤ - المجموع المباشر للحلقيات

الفصل السادس: بعض أنواع الحلقيات الخاصة

- ١١٣ ١ - تفاصيل أكثر عن الحلقيات المولدة نهائياً
- ١١٥ ٢ - حلقيات الفتل
- ١١٨ ٣ - الحلقيات الحرة

الجزء الثاني: التفريق المباشر لحلقية مولدة نهائياً على حلقة تامة رئيسة

الفصل السابع: الحلقيات الجزئية من الحلقيات الحرة

- ١٣١ ١ - منهاج الفصل
- ١٣٣ ٢ - الحلقيات الحرة - الأساسات، التشاكلات الداخلية والمصفوفات
- ١٤٠ ٣ - صياغة مصفوفية للمبرهنة (٧-١)
- ١٤٥ ٤ - العمليات الصفية الابتدائية والعمليات العمودية الابتدائية
- ١٤٧ ٥ - برهان (٧-١٠) في حالة الحلقات الإقليدية
- ١٥١ ٦ - الحالة العامة
- ١٥٣ ٧ - العوامل اللامتغيرة
- ١٥٧ ٨ - الخلاصة ومثال محلول

صفحة	الفصل الثامن: مبرهنات التفريق
١٦٣	١ - المبرهنة الرئيسية
١٦٩	٢ - وحدانية التفريق
١٧٦	٣ - التفريق الأولي لحلقية
	الفصل التاسع: مبرهنات التفريق (مقاربة لا تعتمد على المصفوفات)

١٨٧	١ - وجود التفريقات
١٩٣	٢ - الوحدانية - خاصة اختصار للحلقيات المولدة نهائيًا

الجزء الثالث : تطبيقات على الزمر والمصفوفات

الفصل العاشر: الزمر الإبدالية المولدة نهائيًا

٢٠٣	١ - الحلقيات على \mathbb{Z}
٢٠٥	٢ - تصنيف الزمر الإبدالية المولدة نهائيًا
٢٠٧	٣ - الزمر الإبدالية المنتهية
٢١٠	٤ - المولدات والعلاقات
٢١٥	٥ - حساب اللامتغيرات من التمثيلات

الفصل الحادي عشر: التحويلات الخطية، المصفوفات والأشكال القانونية

٢٢٣	١ - المصفوفات والتحويلات الخطية
٢٢٥	٢ - الفضاءات الجزئية اللامتغيرة
٢٢٨	٣ - V كحلقية على $K[x]$
٢٣٥	٤ - المصفوفات الخاصة بالتحويلات الخطية الدوروية
٢٤٠	٥ - الأشكال القانونية
٢٤٦	٦ - كثيرات الحدود الأصغرية وكثيرات الحدود المميزة

الفصل الثاني عشر: حساب الأشكال القانونية

٢٥٩	١ - الصياغة الحلقية
٢٦١	٢ - نواة E
٢٦٤	٣ - الشكل القانوني النسبي

صفحة

٢٦٩ ٤ - الأشكال النسبية الأولية والأشكال القانونية الجوردانية
٢٧٥ المراجع
 ثبت المصطلحات
٢٧٧ (عربي - إنجليزي)
٢٩٠ (إنجليزي - عربي)
٣٠٥ كشّاف الموضوعات

الجزء الأول

الحلقات والحلقات

- الحلقات - تعاريف وأمثلة
- الحلقات الجزئية، التشاكلات والمثاليات
- بناء حلقات جديدة
- التحليل في الحلقات التامة