



مواضيع في الجبر

تأليف

أي. إن. هيرستين

ترجمة

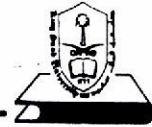
الدكتور علي بن عبدالله السحيباني
استاذ مشارك

الدكتور فوزي أحمد الذكر
استاذ مشارك

قسم الرياضيات، كلية العلوم، جامعة الملك سعود

النشر العلمي والمطابع - جامعة الملك سعود

ص.ب. ٢٤٥٤ - الرياض ١١٤٥١ - المملكة العربية السعودية



ح) جامعة الملك سعود، ١٤٢١هـ - (٢٠٠٠م)

الطبعة الأولى: ١٤١٤هـ (١٩٩٤م)

الطبعة الثانية: ١٤٢٠هـ (٢٠٠٠م)

الترجمة العربية للطبعة الثانية، مصرح بها لكتاب:

Topics in Algebra, 2nd Edition 1975, by I. N. Herstein.

© 1975 by John Wiley & Sons.

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

هيرستين، أي. إن.

مواضيع في الجبر/ ترجمة فوزي أحمد الذكير، علي عبد الله السحيباني - ط ٢. الرياض.

ص ١٧ × ٢٤ سم

١- الجبر أ- الذكير، فوزي أحمد (مترجم)

ب- السحيباني علي عبد الله (مترجم) ج- العنوان

٢١/٠٠١٤

ديوي ٥١٢

رقم الإيداع: ٢١/٠٠١٤

ردمك: ٠ - ٨٦ - ٣٧ - ٩٩٦٠

تم تحكيم الكتاب بواسطة لجنة متخصصة بناء على قرار المجلس العلمي في اجتماعه الثالث عشر للعام الدراسي ١٤٠٦/١٤٠٧هـ المعقود في ١٧/٦/١٤٠٧هـ الموافق ١٥/٢/١٩٨٧م. ثم وافق المجلس العلمي على إعادة طباعته في تاريخ ٢٠/١١/١٤٢٠هـ الموافق ٢٦/٢/٢٠٠٠م.

النشر العلمي والمطابع ١٤٢١هـ



مقدمة المترجمين

مما لاشك فيه أن حاجة مكتبتنا العربية إلى الكتب العلمية القيّمة أمر يزداد بمرور الزمن وذلك لازدياد عدد الكتب المطبوعة عالمياً بشكل هائل . إن أحد الروافد الرئيسية في إثراء مكتبتنا هي الترجمة التي كانت إحدى دعائم الحضارة الإسلامية في عصورها الزاهرة . فلقد ترجم العرب والمسلمون من لغات مختلفة منها اليونانية والهندية والفارسية ، وكان لهذه الترجمة الأثر البالغ في نقل ما توصلت إليه تلك الحضارات إلى متناول يد القارئ العربي .

إن ازدياد عدد العرب المتحدثين باللغات الأجنبية لا يُنقِصُ من أهمية الترجمة إطلاقاً، فلقد وجدنا من واقع خبرتنا في التدريس أن معرفة الطالب باللغة الإنجليزية ليست كافية لإعطاءه الشعور بالارتياح في تتبع محتوى كتاب مقرر بتلك اللغة . إن واقع الشعوب المتقدمة دليل على ذلك ، فهناك عدد هائل من الكتب الإنجليزية مترجم إلى اللغات الروسية واليابانية والصينية وغيرها، وبالعكس، بالرغم من توفر القراء في اللغات المترجم منها .

- إن أسباب اختيارنا لهذا الكتاب «مواضيع في الجبر» للترجمة تعود إلى ما يلي :
- إن الكتاب يُعدُّ من الكتب المعتمدة في تدريس مادة الجبر في المرحلتين الثالثة والرابعة لمتخصصي الرياضيات في كثير من الجامعات الأمريكية وبعض الجامعات الأوروبية .

- إن الكتاب جامع لمختلف مواضيع الجبر المجرد التي يحتاجها الطالب في دراسته الجامعية، فالمادة التي يضمها تغطي ما لا يقل عن محتوى ثلاثة مقررات هي الزمر، الجبر الخطي، والحلقات والحقول.
- من خلال خبرتنا في تدريس هذا الكتاب وجدنا أن أسلوبه سهل وميسر للطالب، حيث إنه يقدم المواضيع الرياضية المجردة بصورة تقرها إلى ذهن الطالب بالإضافة إلى توضيح الدوافع التي دعت المؤلف لتقديم تلك المواضيع.
- حاول المؤلف الابتعاد عن الشكليات وكثرة استعمال الرموز المنطقية التي قد تُتفرَّ الطالب من الموضوع.
- يعتبر مؤلف الكتاب I. N. Herstein ممن ساهموا بشكل فعّال في تطوير علم الجبر من خلال أبحاثه العديدة مما انعكس بشكل إيجابي على أسلوب كتابته، هذا بالإضافة إلى خبرة المؤلف الطويلة في التدريس في جامعة شيكاغو بالولايات المتحدة.

والآن نورد بعض الملاحظات حول الترجمة:

- لقد آتبنا الرموز الرياضية نفسها الموجودة في الكتاب إلا ما ندر، وخاصة الرمز J الذي استبدلناه بالرمز Z الأكثر شيوعاً للدلالة على مجموعة الأعداد الصحيحة.
- فيما يختص بترجمة المصطلحات حاولنا، قدر الإمكان، التمسك بما ورد في قائمة مكتب تنسيق التعريب في الرباط والمنبثقة من المؤتمر الثالث للتعريب عام ١٩٧٧م. كذلك استعنا بمعجم الرياضيات الذي نشرته مؤسسة الكويت للتقدم العلمي عام ١٩٨٣م. كما اجتهدنا في ترجمة بعض المصطلحات. ولغرض التسهيل على القارئ: قمنا بإعداد قائمة بالمصطلحات وضعناها في نهاية هذا الكتاب.
- لقد لاحظنا وجود بعض الهفوات المطبعية في النسخة الإنجليزية فقمنا بتصحيحها في الترجمة. كما أننا صححنا أخطاء رياضية مثل التي وردت في برهان تمهيدية (٧-٤-٥).

هذا ونرجو الله العلي القدير أن يجعل في عملنا هذا الفائدة لدارسي الرياضيات وغيرهم من المهتمين في هذا المجال وأن يوفقنا جميعاً لخدمة لغة كتابه الكريم.

المترجمان

مقدمة الطبعة الثانية

لقد واجهتُ عملية مراجعة كتاب «مواضيع في الجبر»، الطبعة الأولى، بشيء من التخوف. ذلك لأنني كنت، على العموم، راضيا عن الطبعة الأولى ولم أرد تغييرا لها. ومع ذلك فهناك بعض التغييرات التي شعرت بوجوب إجرائها، وهي تغييرات لا تؤثر على الأسلوب العام أو المحتوى ولكنها تجعل الكتاب أكثر اكتمالا. إنني أتمنى أن أكون قد حققت هذه الغاية في هذه الطبعة.

إن أكثر التغييرات قد أجريت على فصل نظرية الزمر. فعندما كتبت الطبعة الأولى لم يكن شائعا أن الطلاب الدارسين للجبر المجرد قد سبق وأن تعرضوا للجبر الخطي، وفي الوقت الحاضر نجد أن العكس هو الصحيح، إذ أن الكثير من الطلاب، بل ربما غالبيتهم سبق وأن تعلموا شيئا عن المصفوفات من نوع (2×2) في هذه المرحلة. لذا فإنني شعرت بالحرية في استعمال المصفوفات من نوع (2×2) في الأمثلة والمسائل. إن الأجزاء التي تعتمد على بعض المعرفة في الجبر الخطي قد أُشير إليها بالرمز #.

في الفصل المتعلق بالزمر توسعت كثيرا في البند الخاص بمبرهنة سيلو (Sylow)، وقمت بإضافة بندين آخرين، أحدهما عن الضرب المباشر والآخر عن بنية الزمر الإبدالية المنتهية.

في المعالجة السابقة لمبرهنة سيلو اقتصرنا على تبيان وجود زمرة سيلو الجزئية. ولقد استعملنا في ذلك برهان فيلاننت (Wielandt). إن ترافق زمر سيلو الجزئية وعددها كان

من ضمن سلسلة من التمارين ولم يكن في صلب الكتاب . أما الآن فإن جميع أجزاء مبرهنة سيلو تتضمَّنُها مادة الشرح في الكتاب . وبالإضافة إلى البرهان السابق لوجود زمرة سيلو الجزئية نقدم برهانين آخرين للشئ ذاته . قد يتهمني البعض بالإفراط في هذه الناحية وقد يكونوا محقين في ذلك . إن حقيقة الأمر هي أن مبرهنة سيلو مهمة وأن كل برهان يعرض ناحية مختلفة في نظرية الزمر، وأكثر من ذلك أنني معجب بمبرهنة سيلو . أما برهان ترافق وعدد زمر سيلو الجزئية فإنه يستخدم المجموعات المشاركة المزدوجة . إن إحدى النتائج الجانبية لهذا العرض هي طريقة لإيجاد زمر سيلو الجزئية في مجموعة كبيرة من زمر التناظر .

في الطبعة الأولى حذف موضوع الضرب المباشر . وحيث إن المادة سهلة ، ومهمة ، في الوقت نفسه ، فلقد قمت بسد هذه الثغرة في البند الخاص بالضرب المباشر الذي أضفته في هذه الطبعة . وقمت في البند التالي له ببرهان تفريق الزمرة الإبدالية المنتهية إلى ضرب مباشر لزمر دورية وكذلك برهان وحدانية اللامتغيرات المصاحبة لهذا التفريق . في الحقيقة إن هذا التفريق كان ضمن محتويات الطبعة الأولى وفي نهاية فصل فضاءات المتجهات كنتيجة لبناء الفضاءات الحلقية المنتهية التوليد على الحلقات الإقليدية . ومع ذلك فإن حالة الزمرة الإبدالية المنتهية مهمة في حد ذاتها وهذا ما يؤكد البند الخاص بدراسة هذه الزمر . إن وجود هذا البند في الفصل الخاص بالزمر في بداية الكتاب يزيد من احتمال تدريسه .

إن هناك بنداً آخر بكامله أضيف في نهاية فصل نظرية الحقل . لقد رأيت أنه من الواجب أن يرى الطالب كثيرة حدود معينة على حقل معين تكون زمرة جالوا له هي زمرة التناظر من الدرجة الخامسة ، وبالتالي فإنه لا يمكن التعبير عن جذور كثيرة الحدود هذه . باستخدام الجذور التربيعية ، التكعيبية . . . الخ لعناصر من الحقل . ومن أجل عمل ذلك أثبتنا أولاً مبرهنة تعطي معياراً لكون زمرة جالوا لكثيرة حدود غير مختزلة من الدرجة p على حقل الأعداد النسبية ، حيث p عدد أولي ، هي الزمرة S_p . وكتطبيق لهذا المعيار نحصل على كثيرة حدود من الدرجة 5 على حقل الأعداد النسبية والتي زمرة جالوا لها هي زمرة التناظر من الدرجة 5 .

هناك العديد من الإضافات الأخرى . فيوجد أكثر من 150 مسألة جديدة تختلف في درجة صعوبتها، بعض هذه المسائل روتينية وحسابية والعديد منها صعب جداً، وبالإضافة إلى ذلك، فهناك بعض الملاحظات البينية التي وضعت في المسائل التي يواجه فيها القراء صعوبة شديدة . لقد أدرجت بعض الفقرات الجديدة بينها أعيد كتابة بعضها الآخر في الأماكن التي كانت فيها العبارات غامضة أو وجيزة .

لقد بينت فيما سبق ما قمت بإضافته . أما الذي لم أضفه فقد سبب لي القرار بشأنه صعوبة بالغة . فقد فكّرت كثيرا في إضافة فصل لنظرية الطوائف (الفصائل) وبعض الدلالات الابتدائية وكذلك التوسع في دراسة الفضاءات الحلقية . وبعد التفكير ملياً في الأمر قررت عدم إضافة شيء من ذلك . إن الكتاب كما هو الآن يحوي مواضيع متماسكة لا تمتزج مع المواضيع الجديدة التي فكّرتُ فيها . إنه من الممكن مزج هذه المواضيع بما هو موجود ولكن ذلك يتطلب إعادة كتابة مادة الكتاب بأكملها وتغييرا كلياً لفلسفته - وهو شيء لم أرد فعله . إن مجرد إضافة هذه المادة الجديدة كملحق دون تطبيقات وأهداف معروفة يتعارض مع مبدئي الأساسي الذي ينص على أن المادة التي أتعرض لشرحها يجب أن تؤدي بي إلى أهداف معينة، ونقاط بارزة ومبرهنات شائعة، لذا قررت إلغاء المواضيع الإضافية .

لقد كتب لي الكثير من القراء حول الطبعة الأولى مشيرين إلى أخطاء مطبعية أو مقدمين بعض الاقتراحات لتحسين الكتاب، لذلك فإنني أنتهز هذه المناسبة لأتقدم إليهم بالشكر على مساعدتهم .

مقدمة الطبعة الأولى

إن الفكرة من وراء هذا الكتاب ، والأكثر من ذلك ، الرغبة في عمل هذا الكتاب نشأت مباشرة من مقرر درسته في السنة الأكاديمية ١٩٥٩ - ١٩٦٠م في جامعة كورنل . ولقد كان أكثر طلاب الصف يتكونون من طلاب السنة الثانية المتميزين في الرياضيات في تلك الجامعة . ولقد كانت رغبتني تجربة عرض مادة لهم أكثر من تلك التي تعطى عادة للمستويين الأول والمتقدم .

ولقد كان هدفي من هذا الكتاب ، من حيث المستوى وأسلوب العرض أن يكون وسطا بين كتابين تقليديين : أولهما مسح في الجبر الحديث لمؤلفيه بيركهوف وماكلين والآخر الجبر الحديث لمؤلفه فاندرفيردن .

لقد حدث تغير ملحوظ في السنوات الأخيرة في تعليم الرياضيات في الجامعات الأمريكية وكان هذا التغير ملحوظا في الصفوف العليا في الجامعة وبداية الدراسات العليا . إن المواضيع التي كانت تعتبر قبل سنوات مناسبة للمقررات شبه المتقدمة للدراسات العليا في الجبر أصبحت الآن تدرس في أول المقررات في الجبر المجرد . وعلى افتراض أن هذا التغير سيستمر بشكل مكثف في السنوات القليلة القادمة فإنني قد وضعت في هذا الكتاب ، الذي صمم ليكون أول مقدمة في الجبر للطالب ، مادة تعتبر حتى الآن متقدمة قليلا لتلك المرحلة من الدراسة .

إنه عادة ما توجد مخاطرة كبيرة عند معالجة أفكار مجردة بصورة مفاجئة وبدون أساس كاف من الأمثلة بحيث تجعلها معقولة وطبيعية. ومن أجل تخفيف هذا، حاولت سلفاً تقديم الدوافع والأفكار اللازمة لتلك الأفكار في أوضاع واقعية. إن أحد الدلائل قوة على كفاءة المفهوم المجرد هو ما يفيدنا به ذلك المفهوم وما ينتج في أوضاع مألوفة. ولقد بذلت محاولة في كل فصل، تقريبا، لإظهار أهمية النتائج العامة وذلك بتطبيقها في مسائل خاصة. فعلى سبيل المثال، عرضت في الفصل المتعلق بالحلقات مبرهنة المربعين لفيرما كنتيجة مباشرة لنظرية الحلقات الإقليدية.

ولقد تم اختيار الموضوع المطروح للمناقشة لا لأنه أصبح قياسيا لعرضه عند هذا المستوى ولا لكونه مهما بصورة عامة ولكن بالنظر «لواقعيته» ولهذا السبب قررت حذف مبرهنة جوردان - هولدر والتي كان من الممكن تضمينها في النتائج المتعلقة بالزمر، ورغم ذلك، فإنه لتقدير هذه النتيجة في حد ذاتها يتطلب الأمر تصورا كبيرا لنتائج سابقة أو لاحقة كما أنه لكي نرى استخدامها بكفاءة فإن الأمر يتطلب حيوداً كبيراً عن الموضوع. صحيح، إنه من الممكن دراسة نظرية بُعد فضاء المتجهات كإحدى نتائج تلك المبرهنة، ولكن، ولأول مرة، يبدو محتملا أن هذا منطلق متطرف وغير طبيعي لأمر أساسي جدا. وبالمثل فإنه لا يوجد ذكر لحاصل الضرب المتوتر أو الإنشاءات المتعلقة به. إنه ليوجد متسع من الوقت لدى الطالب لدراسة تلك الأفكار المجردة فيما بعد ومن هنا فلم العجلة بتقديمها الآن في هذا الكتاب؟

بقيت كلمة حول المسائل التي يوجد عدد كبير منها. إن الطالب المتميز جدا هو الذي قد يكون بإمكانه حل المسائل جميعها. إن بعض المسائل ما هو إلا تكملة لبرهان معين ورَدَ أثناء العرض بينما يكون بعضها ليس إلا توضيحا عمليا لبعض النتائج التي وردت في الكتاب كما أن بعض المسائل قد قُدِّمَ لا لمجرد حلها بقدر ما هو كيفية البدء بحلها. إن قيمة المسألة ليست بمجرد الحصول على حل لها بقدر ما هي في الأفكار والمحاولات الفكرية التي تقود إلى حلها. ولقد ورد بعض المسائل توطئة لمواضيع ستعالج فيما بعد حيث إن الأمل، والسبب من وراء ذلك وهذا، هو وضع الأساس

للنظرية التي ستطوّر فيما بعد كما إنه يجعل من الأفكار والتعاريف والمناقشة أكثر طبيعية عندما تقدم في حينها . هناك مسائل عديدة ستظهر أكثر من مرة كما أن بعض المسائل التي تبدو لي لسبب أو لآخر صعبة نوعا ما قد وضع عليها نجمة (كما قد وضع على بعضها نجمتان) ومع ذلك فإنه لا يوجد هنا اتفاق بين الرياضيين فمنهم من يرى أن المسائل التي يوضع عليها نجمة كان من المفروض ألا يوضع عليها شيء والعكس صحيح .

إنني مدين بالشكر لعدد من الأصدقاء وذلك لاقتراحاتهم وتعليقاتهم وانتقاداتهم وأخص بالذكر بعضا منهم شارل كيرتز، مارشال هول، ناان جاكوسون، آرثر ماتوك، ماكسويل روزفلخت . كما أنني مدين بالشكر لدانيال جورنشتاين وإيرفينج كابلانسكي وذلك لمناقشاتنا العديدة حول الكتاب من حيث مادته وأفكاره . وقبل كل شيء ، أشكر جورج سيلجمان لاقتراحاته الواضحة وملاحظاته حول طريقة العرض والمحتوى كما أنني أشكر فرانسيس مكناري الموظف في شركة جن وشركاه لتعاونه ومساعدته . وأخيرا أود أن أعبر عن شكري لمؤسسة جون سايمون جوجنهايم موموريال لإعانتهم المؤلف في كتابة جزء من هذا الكتاب وذلك عندما كان في روما زميلا لمؤسسة جوجنهايم .

المحتويات

صفحة

هـ	مقدمة المترجم
ز	مقدمة الطبعة الثانية
ك	مقدمة الطبعة الأولى
س	المحتويات

الفصل الأول: أفكار أولية

٢	(١ - ١) نظرية المجموعات
١٦	(٢ - ١) التطبيقات
٣٠	(٣ - ١) الأعداد الصحيحة

الفصل الثاني: نظرية الزمر

٤٥	(١ - ٢) تعريف الزمرة
٤٧	(٢ - ٢) أمثلة على الزمر
٥٤	(٣ - ٢) بعض التمهيدات الأولية
٦٠	(٤ - ٢) الزمر الجزئية
٧٣	(٥ - ٢) أحد مبادئ العدّ
٨١	(٦ - ٢) الزمر الجزئية الناظرية والزمر الخارجة
٩٠	(٧ - ٢) التشاكلات
١٠٩	(٨ - ٢) التماثلات الذاتية
١١٨	(٩ - ٢) مبرهنة كيلي

صفحة

١٢٤	(٢ - ١٠) زمر التبديلات
١٣٥	(٢ - ١١) مبدأ آخر للعدّ
١٤٩	(٢ - ١٢) مبرهنة سيلو
١٧١	(٢ - ١٣) الضرب المباشر
١٨١	(٢ - ١٤) الزمر الإبدالية المنتهية

الفصل الثالث: نظرية الحلقات

١٩٩	(٣ - ١) تعاريف وأمثلة على الحلقات
٢٠٨	(٣ - ٢) بعض الأصناف الخاصة من الحلقات
٢١٨	(٣ - ٣) التشاكلات
٢٢٢	(٣ - ٤) المثاليات والحلقات الخارجة
٢٢٨	(٣ - ٥) مزيد من المثاليات والحلقات الخارجة
٢٣٤	(٣ - ٦) حقل خوارج القسمة للحلقة التامة
٢٣٩	(٣ - ٧) الحلقات الإقليدية
٢٥٠	(٣ - ٨) حلقة إقليدية خاصة
٢٥٦	(٣ - ٩) حلقات كثيرات الحدود
٢٦٧	(٣ - ١٠) كثيرات الحدود على حقل الأعداد النسبية
٢٧١	(٣ - ١١) حلقات كثيرات الحدود على الحلقات الإبدالية

الفصل الرابع: فضاءات المتجهات والفضاءات الحلقية

٢٨٤	(٤ - ١) مفاهيم أساسية
٢٩٣	(٤ - ٢) الاستقلال الخطي والأساسات
٣٠٧	(٤ - ٣) الفضاءات الثنوية
٣١٩	(٤ - ٤) فضاءات الضرب الداخلي
٣٣٦	(٤ - ٥) الفضاءات الحلقية

الفصل الخامس: الحقول

٣٤٨	(٥ - ١) امتداد الحقول
٣٦٠	(٥ - ٢) تسامي العدد e

صفحة

٣٦٦	(٣ - ٥) جذور كثيرات الحدود
٣٨٠	(٤ - ٥) الإنشاء الهندسي باستعمال المسطرة والفرجار
٣٨٦	(٥ - ٥) المزيد عن الجذور
٣٩٣	(٦ - ٥) مبادئ نظرية جالوا
٤١٣	(٧ - ٥) قابلية الحل باستخلاص الجذور
٤٢٣	(٨ - ٥) زُمر جالوا على حقل الأعداد النسبية

الفصل السادس : التحويلات الخطية

٤٣٠	(١ - ٦) جبر التحويلات الخطية
٤٤٤	(٢ - ٦) الجذور المميزة
٤٥٠	(٣ - ٦) المصفوفات
٤٦٨	(٤ - ٦) الصيغ القانونية : الصيغة المثلثة
٤٧٩	(٥ - ٦) الصيغ القانونية : التحويلات المدومة القوى
٤٩٠	(٦ - ٦) الصيغ القانونية : تفريق الفضاء V (صيغة جوردان)
٥٠٠	(٧ - ٦) الصيغ القانونية : الصيغة القانونية النسبية
٥١٤	(٨ - ٦) الأثر والمنقول
٥٢٧	(٩ - ٦) المحددات
٥٤٨	(١٠ - ٦) التحويلات الهرميتية ، الواحدية والناظمية
٥٧٢	(١١ - ٦) الصيغ التربيعية الحقيقية

الفصل السابع : مواضيع مختارة

٥٨١	(١ - ٧) الحقول المنتهية
٥٨٨	(٢ - ٧) مبرهنة فُدربيرن حول حلقات التقسيم المنتهية
٦٠٠	(٣ - ٧) إحدى مبرهنات فروبينيس
٦٠٥	(٤ - ٧) الرباعيات التامة ومبرهنة المربعات الأربعة

٦١٧

ثبت المصطلحات

٦٣٣

كشّاف الموضوعات