بسم الله الرحمن الرحيم

شكل (١) . صورة لإفرست جالوا في الخامسة عشرة من عمره

نظـرية جالــوا

تأليف

أيـــان ســـتيوارت

أستاذ مشارك - معهد الرياضيات،

جامعة واريك، كوفنتري

ترجمـة

الدكتور معروف عبدالرحمن سمحان و الدكتور فوزى أحمد الذكير

قسم الرياضيات - كلية العلوم

جامعة الملك سعود

النـشـر الـعـلـمـي والمـطـابـع - جـامـعـة المـلـك سـعـود

ص. ب ٢٤٥٤ الرياض ١١٤٥١ - المملكة العربية السعودية

ⓒ جامعة الملك سعود، ١٤١٩هـ

الطبعة الأولى: ١٤١٩هـ (١٩٩٨م)

الترجمة العربية للطبعة الثانية من كتاب:

Galois Theory, 2nd edition 1989, by: **Ian Stewart.**

First edition 1973.

Reprinted 1979, 1984

Second edition 1989

Reprinted 1991, 1992

© 1973, 1989 Ian Stewart

This translation of *Galois Theory (2nd edition)* first published in 1989 is published in arrangement with *Chapman & Hall, London.*

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

ستيوارت، أيان

نظرية جالوا ، تأليف أيان ستيوارت؛ ترجمة معروف عبدالرحمن سمحان وفوزي أحمد الذكير - الرياض.

٣١٩ ص، ١٧سم × ٢٤ سم

ردمك ٤-٥٥٧-٠٥-٩٦٠ (جلد)

٢-٥٥٨-٠٥-٩٩٦٠ (غلاف)

١- نظرية جالوا أ- العنوان

ب- سمحان، معروف عبدالرحمن (مترجم)

ج- الذكير، فوزي أحمد (مترجم مشارك)

ديوي ٥١٢,٠٠٧ ١٨/٠٠٧٧

رقم الإيداع ١٨/٠٠٧٧

تم تحكيم الكتاب بواسطة لجنة متخصصة شكلها المجلس العلمي بالجامعة. وقد وافق المجلس العلمي على نشره، بعد اطلاعه على تقارير المحكمين، في اجتماعه السادس للعام الدراسي ١٤١٤/١٤١٥هـ المعقود بتاريخ ٨/٦/١٤١٤هـ الموافق ٢١/١١/١٩٩٣م.

النشر العلمي والمطابع ١٤١٩هـ

مقدمة المترجمين

إن اختيارنا لترجمة كتاب في موضوع نظريّة جالوا كان بسبب عدم توافر كتاب - حسب معرفتنا - مؤلف أو مترجم يغطي هذه المادة المهمة والشيّقة في الرياضيات . ونظرية جالوا تعتبر مثالاً ممتازًا للنظرية الحديثة لوحدة الرياضيّات ، فمن خلالها تستخدم خصائص الحقول والزُمَر في مجال البنى الجبرية لحل مسائل في نظرية المعادلات الكلاسيكية . وقد اكتسبت نظرية جالوا أهمية خاصة في العقود القريبة عندما ظهرت استخدامات نظرية امتدادات الحقول المنتهية في علميْ التشفير والتعمية المستخدمين بصورة واسعة في مجال الاتصالات . وبالإضافة إلى ما تقدم يوجد سبب تاريخي يجعلنا نهتم بترجمة كتاب في موضوع نظرية جالوا ، وهو كون هذا الموضوع امتدادًا لجهود العلماء العرب والمسلمين في عصور نهضتنا الحضارية في مجال حل المعادلات الجبرية ، أمثال الخوارزمي وابن الهيثم وعمر الخيام .

تتوافر كتب عديدة في موضوع نظرية جالوا ، ولكن إعجابنا بكتاب Ian Stewart الذي بين أيدينا يرجع لعدة أسباب منها :

١ ـ اهتمام المؤلف بالناحية التاريخية لتطوّر الموضوع ومعالجته للأفكار بتدرج طبيعي يعطي القاريء فكرة عن كيفية توصل جالوا وغيره إلى بعض النتائج المدرجة في الكتاب .

٢ ـ اعتماد المؤلف أسلوب العرض العفوي (غير الرسمي) مما يجعل الموضوع أكثر تشويقاً للقاريء .

والنقطة الأخيرة أعلاه ميزة للكتاب ولكنها جعلت ترجمته أكثر صعوبة ، حيث إن المؤلف استعمل عبارات وكلمات دارجة وعامية في بعض الأحيان ، مما يجعل

ترجمتها صعبة . ويجدر بنا أن نذكر هنا أننا حاولنا أن تكون ترجمتنا للأفكار وليست ترجمة حرفية، متوخين في ذلك الدقة في نقل ما يقصده المؤلف خاصة في مقدمات الأبواب وفي تعليقه على النتائج الرياضية .

إن كتاب «نظرية جالوا» يصلح كمرجع أو كتاب مقرر لتدريس مادة نظرية جالوا في السنة الأخيرة من مرحلة البكالوريوس أو في أثناء الدراسات العليا لطالب الرياضيات . نأمل أن نكون قد وُفقنا في إضافة عمل مفيد إلى المكتبة العربية العلمية، راجين أن يستفيد منه كل من يهتم بهذه المادة . ونود أن نتقدم بالشكر والتقدير للمحكمين لتقديمهم العديد من المقترحات القيمة واكتشافهم للكثير من الأخطاء المطبعية . والله من وراء القصد .

المترجمان

د. معروف بن عبدالرحمن سمحان

د. فوزي بن أحمد الذكير

المحتـويات

صفحة

مقدمة المترجمين ..... ز
شكر وعرفان على بعض الصور والأشكال ..... ك
مقدمة الطبعة الأولى ..... م
مقدمة الطبعة الثانية ..... س
ملاحظات للقارىء ١
مقدمة تاريخية ٣
حياة جالوا ٩
نظرة شاملة ١٩
الفصل الاول: مفاهيم أساسية ٢٧
الفصل الثاني: تحليل كثيرات الحدود ٤٧
الفصل الثالث: امتدادات الحقول ٦٥
الفصل الرابع: درجة الامتداد ٨٥
الفصل الخامس: المسطرة والفرجار ٩٥
الفصل السادس: الأعداد المتسامية ١٠٧
الفصل السابع: الفكرة وراء نظرية جالوا ١٢١
الفصل الثامن: الناظميّة وقابلية الفصل ١٢٩
الفصل التاسع: درجات الحقول ورتب الزمر ١٤٥
الفصل العاشر: - التشاكلات المتباينة ، التماثلات الذاتية
والانغلاقات الناظميّة ١٥٥

صفحة

الفصل الحادي عشر: تقابل جالوا ١٦٧

الفصل الثاني عشر: مثال محدّد ١٧٣

الفصل الثالث عشر: الزّمر البسيطة والقابلة للحل ١٨١

الفصل الرابع عشر: حل المعادلات باستخلاص الجذور ١٩٩

الفصل الخامس عشر: معادلة كثيرة الحدود العامة ٢١٧

الفصل السادس عشر: الحقول المنتهية ٢٣٧

الفصل السابع عشر: المضلعات المنتظمة ٢٤٥

الفصل الثامن عشر: حساب زمرة جالوا ٢٦٥

الفصل التاسع عشر: النظرية الأساسية في الجبر

حلول تمارين مختارة ٢٨٥

المراجع ٢٩١

دليل الرموز ٢٩٣

ثبت المصطلحات

أولا: عربي - إنجليزي ٢٩٧

ثانيا: إنجليزي - عربي ٣٠٧

شكر وعرفان على
بعض الصور والأشكال

لقد أعيد طبع الصور التوضيحية التالية بموافقة مصادرها

الأشكال ١ ، ٦ ، ٧ - ٩ ، ١٠ و ٢٠ من كتاب

Ecrits et Memoires Mathematiques d'Evariste Galois, Robert Bourgne and J. P. Azra, Gauthier-Villars, paris 1962

الشكل ٢٣ من

Carl Friedrich Gauss: Verke, Vol X, George Olms Verlag, Hildesheim and New York 1973

الشكل ٤ من

History of Mathematics, David Eugene Smith, Dover Publishing Inc., New York 1951

الشكل ٢٢ من

York and A source Book in Mathematics, David Eugene Smith, McGraw-Hill, New Lodon 1929 .

الشكلان ٣ و ٥ من

The History of Mathematics: an Introduction, David M. Burton, Allyn and Bacon Inc., Boston 1985.

مقدمة الطبعة الأولى

تعتبر نظرية جالوا أنموذجًا تتجلى فيه وحدة علم الرياضيات ، من خلالها تتعاضد فروع مختلفة من الرياضيات لتكون وسيلة فاعلة لدراسة مسائل مهمة تاريخيًا ورياضيًا . إن هذا الكتاب هو محاولة لإبراز نظرية جالوا في هذا الضوء وبأسلوب مناسب لطلاب السنة الثانية والثالثة من مرحلة البكالوريوس (في الجامعات البريطانية) .

يعتبر تطبيق زمرة جالوا على المعادلة من الدرجة الخامسة الخط الأساسي للموضوع ، بالإضافة إلى الطريقة التقليدية عن طريق معادلة كثيرة الحدود العامة ، وهي طريقة مباشرة أشعر بأنها أكثر إقناعًا إذ أوضحت عدم قابلية الحل عن طريق الجذر لمعادلات خاصة من الدرجة الخامسة (معاملاتها أعداد صحيحة) . وقُدّمت نظرية جالوا التجريدية في سياق امتداد الحقول الاختيارية ، بدلاً من الحقول الجزئية للأعداد المركبة ، إن الفائدة من هذا الأسلوب تعوض - بل تزيد على ذلك - عن العمل الإضافي المطلوب . من المواضيع الأخرى المعطاة هي : مسائل مضاعفة المكعب ، تثليث الزاوية ، وتربيع الدائرة ، كذلك إنشاء المضلعات المنتظمة ، حل المعادلات التكعيبية والرباعية ، بناء الحقول المنتهية و «النظرية الأساسية في الجبر» والتي تبرهنها طرق معظمها جبرية بحتة و تعتبر تطبيقًا شيقًا لنظرية سايلو .

لم ألتزم بالمسار الرئيسي للموضوع في بعض الأحيان حرصًا منّا على أن يكون الكتاب جامعاً لكل ما تتطلبه مادته؟ ومن أهم الأمثلة على ذلك برهان تسامي العدد π والذي يجب أن يراه كل مختص في الرياضيات مرة واحدة على الأقـــل في

حياتـــه . وقد ناقشت أعداد فيرما لأبين أن مسألة المضلّعات المنتظمة ليست محلولة تمامًا، بالرغم من اختزالها إلى مسألة تبدو بسيطة ظاهريًا في نظرية الاعداد . وقدمت طريقة لإنشاء ذي سبعة عشر ضلعًا على أساس أن حل مسألة المضلعات المنتظمة يتطلب أكثر من مجرد برهان لكون النتيجة غير محسوسة .

إنّ الدافع الرئيسي لمادة الكتاب ذو جذور تاريخية، مما جعلني أُضَمِّن بعض الملاحظات التاريخية أثناء الشرح ، كلما استدعى الأمر ذلك . وهناك بندان ذوا محتوى تاريخي بحت؛ أحدهما : لمحة تاريخية لكثيرات الحدود ، والآخر حول حياة افرست جالوا (Evariste Galios) وقد استقيته من مصادر مختلفة (انظر قائمة المراجع)، ومن أهمها وأكثرها فائدة مقالة دوبوي[Dupuy (1896)] .

ولقد حاولت تقديم أمثلة كثيرة أثناء الشرح لتوضيح النظرية العامة، وأفردت بابًا بأكمله لدراسة مفصلة لزُمرة جالوا لامتداد حقلي معيّن . ويوجد ما يقرب من مائتي تمرين ، فضلاً عن عشرين تمرينًا أكثر صعوبة للطلاّب المتقدمين في المستوى .

وأخيرًا أود أن أشكر العديد ممن ساعدوني ونصحوني، وأثروا بي أثناء تأليفي لهذا الكتاب . أشكر منهم على وجه الخصوص رولف شوارتزنبرجر (Rolf Schwarzenberger)و ديفد توول (David Tall) اللذين قرآ مسودات متتابعة من الكتاب . كذلك أشكـــر لين بولمـــــر (Len Bulmer) وهيئة مكتبة جامعة وورك (Warwick) لمساعدتهم لي في الحصول على الوثائق المتعلقة بالجزء التاريخي من الموضوع . كما أشكر روني براون (Ronnie Brown) لنصائحه القيّمة ولإرشاداته في التحرير، وأشكر أيضًا المحكّم الذي بيّن لي العديد من الهفوات والزلاّت، والذي سيبقى اسمه أبداً سراً لا أستطيع أن أعرفه بفضل نظام النشر، والذي لولاه لوقع المحكمون في خطر ردود الفعل الغاضبة من المؤلفين .

أيـــان ســـتيورات
جامعة وورك ـ كوفنتري
(إبريل ١٩٧٢م)

مقدمة الطبعة الثانية

لقد مضى ستة عشر عامًا على صدور الطبعة الأولى من كتابي «نظرية جالوا» . ونظرية جالوا الكلاسيكية ليست بالموضوع الذي يمر بتطورات هائلة . لذا فإن أغلب محتوى الطبعة الأولى بقي في هذه الطبعة دون تغيير . ومع ذلك فقد قمت باجراء بعض اللمسات الجمالية والتغييرات الطفيفة، والتي من شأنها إعادة الشباب للطبعة الأولى .

وأهم التغييرات في هذه الطبعة هي اضافة لمحة عامة عن الموضوع في البداية وباب لحساب زُمَر جالوا، كما أضفت بعض الأمثلة المحفزة، وعدّلت بعض التمارين، وقمت بتصحيح الأخطاء المطبعية التي تمّ استدراكها، ولكن قد توجد أخطاء جديدة في هذه الطبعة لأن حروفها صفت من جديد ، لذا فإني أدعو القاريء أن يكتشفها بصبره وفطنته . كما طرأت بعض التعديلات على المقدمة التاريخية بناءً على بعض الحقائق المكتشفة مؤخرًا ، ولقد سمح لي الناشربإضافة ما كنت آمل عمله بالطبعة الأولى، وهو تضمين صور من مخطوطات جالوا وبعض الصور التاريخية . وقد أجريت بعض التعديلات في البراهين الرياضية أيضاحا لها أو لتصحيح أخطاء فيها وهو قليل . وحذفت بعض المواد التي أعتقد أنها زائدة ،كما حاولت المحافظة على الطريقة العفوية (غير الرسمية) في عرض المادة كما في الطبعة الأولى، والتي تعتبر الميزة الأولى لهذا الكتاب في رأي العديد من القراء .

وقد استفدت من تعاون العديد من الجهات معي عند إعداد هذه الطبعة ، فلقد وردت إليّ قوائم بأخطاء مطبعية وأخرى رياضية من كل من ستيفن باربر (Stephen Barber)، أون برسن (Owen Brison)، بوب كوتس (Bob Coates) ، فيليب هجنز

(Philip Higgins)، ديفيد هولدن (David Holden) ، فرانس أوورت (Frans Oort) ، مايلز ريد (Miles Reid) و س . ف . رايت (C. F. Wright) . وقد استعملت الجامعة المفتوحة (open university) الطبعة الأولى ككتاب أساسي لمقرر M 333 وأرسل إليّ العديد من أعضاء قسم الرياضيات في الجامعة نسخاً من الدروس التي لا تخلو من الأخطاء فأشكرهم وطلاّبهم الذين كانوا حقل تجارب وأعترف لهم بجميلهم .

أيان ستيوارت
جامعة وورك ـ كوفنتري
(ديسمبر ١٩٨٨م)