

۲ | ۱





# التحليل العددي

## الجزء الأول

تأليف

ريتشارد ل. بيردن  
ج. دوجلاس فيريز

ترجمة

أ.د. محمد عادل سودان      د. حسن محبى الدين حميدة

د. عمر محمد حامد

قسم الرياضيات - كلية العلوم - جامعة الملك سعود



جامعة الملك سعود ، ١٤٢٤ هـ (٢٠٠٣ م) ح

هذه ترجمة عربية مصرح بها لكتاب

Numerical Analysis, Fifth edition.

BY: Richard L. Burden and J. Douglas Faires

© 1993, by PWS-KENT Publishing Company

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

بيردن، ريتشارد ل.

التحليل العددي / ريتشارد ل. بيردن، ج. دوجلاس فيريز؛ محمد

عادل سودان؛ حسن محبي الدين حميدة؛ عمر محمد حامد. - الرياض،

١٤٢٣هـ

٤٤١ ص؛ ١٧ سم × ٢١ سم

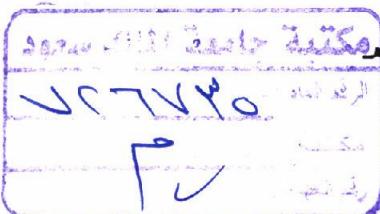
ردمك: ٤ - ٥٦ - ٣٧ - ٩٩٦٠

١- التحليل العددي أ- فيريز، ج. دوجلاس (مؤلف مشارك)

ب- سودان، محمد عادل (مترجم) ج- حميدة، حسن محبي الدين (مترجم)

د- حامد، عمر محمد (مترجم) هـ- العنوان

ديوبي ٤، ٦٣٠٣ / ١٤٢٣هـ



حكمت هذا الكتاب لجنة متخصصة شكلها المجلس العلمي بالجامعة، وقد  
وافق المجلس العلمي على نشره في اجتماعه السابع للعام الدراسي  
١٤١٨هـ المعقود بتاريخ ١٤١٨/٨/٧هـ الموافق ١٢/٧/١٩٩٧م.

## المحتويات

الصفحة	الجزء الأول
ط	مقدمة المترجمين
ك	مقدمة المؤلفين
	الفصل الأول: تمهيد رياضي
٢	(١,١) مراجعة في حساب التفاضل والتكامل
١٥	(١,٢) أخطاء التدوير وحسابات الحاسوب
٢٩	(١,٣) الخوارزميات والتقارب
٣٩	(١,٤) برامج عددية
	الفصل الثاني: حلول المعادلات ذات المتغير الواحد
٤٨	(٢,١) طريقة التنصيف
٥٥	(٢,٢) الطريقة التكرارية للنقطة الثابتة
٦٦	(٢,٣) طريقة نيوتن - رافسن
٨١	(٢,٤) تحليل أخطاء طرائق التكرار
٩٠	(٢,٥) التقارب المتسارع
٩٥	(٢,٦) أصفار كثيرات الحدود وطريقة مولر
١٠٧	(٢,٧) مسح للطرائق والبرامج
	الفصل الثالث: الاستكمال وتقريب كثيرات الحدود
١٣٠	(٣,٢) الفروق المجزأة
١٤٢	(٣,٣) استكمال هيرميست
١٥٠	(٣,٤) استكمال الشريحة المكعبية
١٦٩	(٣,٥) المنحنيات الوسيطية
١٧٥	(٣,٦) مسح للطرائق والبرامج
	الفصل الرابع: الاشتقاد والتكمال العددي
١٨٠	(٤,١) الاشتقاد العددي

**الصفحة**

١٩٣	(٤,٢) استكمال ريتشاردسون الخارجي
٢٠٠	(٤,٣) عناصر التكامل العددي
٢١١	(٤,٤) التكامل العددي المركب
٢٢٠	(٤,٥) طائق التربع التكيفي
٢٢٧	(٤,٦) تكامل رومبرغ
٢٣٤	(٤,٧) تربع غاوس
٢٤٠	(٤,٨) التكاملات المتعددة
٢٥٤	(٤,٩) التكاملات المعتلة
٢٦١	(٤,١٠) مسح للطائق والبرامج

**الفصل الخامس: مسائل القيمة الابتدائية للمعادلات التفاضلية العادية**

٢٦٤	(٥,١) النظرية الأولية لمسائل القيمة الابتدائية
٢٧٠	(٥,٢) طريقة أويلر
٢٨١	(٥,٣) طائق تايلور ذوات الرتب العليا
٢٨٧	(٥,٤) طائق رونجه - كوتا
٢٩٧	(٥,٥) مراقبة الأخطاء وطريقة رونجه - كوتا - فيلبرغ
٣٠٥	(٥,٦) طائق الخطوات المتعددة
٣١٨	(٥,٧) طائق الخطوات المتعددة بحجم خطوة متغير
٣٢٤	(٥,٨) طائق الاستكمال الخارجي
٣٣١	(٥,٩) معادلات الرتب العليا وأنظمة المعادلات التفاضلية
٣٤١	(٥,١٠) الاستقرار
٣٥٢	(٥,١١) المعادلات التفاضلية العنية
٣٦١	(٥,١٢) مسح للطائق والبرامج

**الفصل السادس: الطائق المباشرة لحل الأنظمة الخطية**

٣٦٤	(٦,١) الأنظمة الخطية للمعادلات
٣٧٩	(٦,٢) خطط المحورة
٣٨٧	(٦,٣) الجبر الخطي وعكس مصفوفة
٤٠١	(٦,٤) محددة مصفوفة
٤٠٦	(٦,٥) تحليل مصفوفة
٤١٦	(٦,٦) نماذج خاصة من المصفوفات
٤٣٣	(٦,٧) مسح للطائق والبرامج

## الصفحة

## الجزء الثاني

## الفصل السابع: أساليب تكرارية في جبر المصفوفات

٤٣٨	(٧,١) نظم المتغيرات والمصفوفات
٤٥٠	(٧,٢) القيم والمتغيرات الذاتية
٤٥٦	(٧,٣) طرائق تكرارية لحل الأنظمة الخطية
٤٧٦	(٧,٤) تقدير الأخطاء والتحسين التكراري
٤٨٧	(٧,٥) مسح للطرائق والبرامج

## الفصل الثامن: نظرية التقرير

٤٩٠	(٨,١) تقرير أصغر المربعات المتقطع
٥٠٣	(٨,٢) كثيرات الحدود المتعاملة وتقرير أصغر المربعات
٥١٤	(٨,٣) كثيرات حدود تشبيشيف وترشيد متسلسلات القوى
٥٢٥	(٨,٤) تقرير الدوال التессية
٥٣٧	(٨,٥) تقرير كثيرات الحدود المثلثية
٥٤٣	(٨,٦) تحويلات فورييه السريعة
٥٥٤	(٨,٧) مسح للطرائق والبرامج

## الفصل التاسع: تقرير القيم الذاتية

٥٥٨	(٩,١) الجبر الخطي والقيم الذاتية
٥٦٨	(٩,٢) طريقة القوى
٥٨٦	(٩,٣) طريقة هاوسهولدر
٥٩٣	(٩,٤) خوارزمية QR
٦٠٥	(٩,٥) مسح للطرائق والبرامج

## الفصل العاشر: الحلول العددية لأنظمة المعادلات غير الخطية

٦٠٨	(١٠,١) النقاط الثابتة لدوال في عدة متغيرات
٦١٨	(١٠,٢) طريقة نيوتن
٦٢٦	(١٠,٣) طرائق شبيهة لطريقة نيوتن
٦٣٤	(١٠,٤) أساليب التزول الأحادي
٦٤١	(١٠,٥) مسح للطرائق والبرامج

## الفصل الحادي عشر: مسائل القيم الحدية للمعادلات التفاضلية العادية

٦٤٦	(١١,١) طريقة القذف الخطي
٦٥٤	(١١,٢) طريقة القذف لمسائل غير الخطية

**الصفحة**

٦٦٠ .....	(١١,٣) طرائق الفرق المحدود للمسائل الخطية .....
٦٦٨ .....	(١١,٤) طرائق الفرق المحدود للمسائل غير الخطية .....
٦٧٥ .....	(١١,٥) طريقة رايلي - ريتز .....
٦٩١ .....	(١١,٦) مسح للطرائق والبرامج .....

**الفصل الثاني عشر: الحلول العددية للمعادلات التفاضلية الجزئية**

٦٩٦ .....	(١٢,١) المعادلات التفاضلية الجزئية الناقصية .....
٧٠٧ .....	(١٢,٢) المعادلات التفاضلية الجزئية التكافافية .....
٧٢٣ .....	(١٢,٣) المعادلات التفاضلية الجزئية الزائدية .....
٧٣٢ .....	(١٢,٤) مدخل لطريقة العنصر المحدود .....
٧٤٦ .....	(١٢,٥) مسح للطرائق والبرامج .....
٧٤٩ .....	<b>المراجع</b> .....
٧٥٩ .....	<b>إجابات تمارين مختارة</b> .....
	<b>ثبت المصطلحات</b> .....
٨٥٥ .....	<b>أولاً: عربي - إنجليزي</b> .....
٨٦١ .....	<b>ثانياً: إنجليزي - عربي</b> .....
٨٦٧ .....	<b>كتاف الم الموضوعات</b> .....

## **مقدمة المترجمين**

يمكنا أن نقول إن عصرنا هذا هو عصر الحاسوب، لذا لا بد من تقديم طائق حسابية دقيقة سهلة الاستعمال وتعطي نتائج مرضية للواقع. لفهم هذه الطائق وحسن استخدامها يجب أن يسبقها عرض للأسس النظرية التي تقوم عليها هذه الطائق. كل ذلك يدخل في موضوع التحليل العددي.

لقد عم استخدام الحاسوب في كثير من المجالات، وبصورة خاصة في مجال العمليات الحسابية، لذا كان من الواجب أن يحوي كل كتاب تحليل عددي خوارزميات يستعين الطالب بها في إنشاء برامج حاسوبية يستخدمها في إنجاز ما يحتاج إليه من عمليات حسابية بسرعة فائقة.

يلاحظ أن هذا الكتاب قد عرض الأسس النظرية التي يقوم عليها الحساب العددي، فبرهن بعضها، وترك بعضها لتكون بمثابة تمارين يقوم بها الطالب، وأحال الصعب منها، الذي يتتجاوز غرض هذا الكتاب، إلى مراجع رياضية متعددة.

إن ازدياد عدد الجامعات، في الوطن العربي، التي تستعمل اللغة العربية لغة تدرис في كلياتها المختلفة، جعل توافر الكتب والمراجع باللغة العربية، ضرورة ملحة. وما يدعو إلى الغبطة، اهتمام بعض دور النشر العالمية بترجمة ما تصدره من كتب إلى اللغة العربية.

لقد كان إدراكنا لأهمية ترجمة الكتب العلمية إلى اللغة العربية، باعتبارها الوسيلة المهمة لنشر المعرفة العلمية على مستوى واسع، هو الذي دفعنا، بالإضافة إلى تشجيع بعض زملائنا، إلى القيام بترجمة هذا الكتاب القيم المتداول في العديد من الجامعات العالمية.

لقد حاولنا ألا نخرج عن المصطلحات التي أقرتها مؤتمرات التعريب التي نظمتها جامعة الدول العربية، رغبة هنا في توحيد المصطلحات بين الأقطار العربية المختلفة. لكن مع الأسف ما أصدره مكتب التعريب في الرباط لا يفي أبداً بمتطلبات العلوم، لذا عمدنا إلى مصادر أخرى ظهرت في بلاد عربية متعددة بالإضافة إلى ما أصدرته مجتمع اللغة العربية من مصطلحات رياضية.

لا يفوتنا أن نتوجه بالشكر إلى مركز الترجمة في جامعة الملك سعود، لما يبذله من جهد في تشجيع الترجمة ونشر العديد من الكتب الجامعية.

نأمل أن تكون قد أثرينا، بهذا الكتاب، المكتبة العربية بما هو نافع ومفيد، سائلين المولى العلي العظيم أن يسد خطانا لما فيه الخير لطلابنا ولبلادنا إنه خير مسؤول وأفضل مجتب.

**المترجمون**



## مقدمة المؤلفين

لقد طورنا مواد هذا الكتاب بحيث يخدم مقررات نظرية وتطبيقات طرائق التقريب العددي. هذا الكتاب مخصص، بصورة مبدئية، لل المستوى قبل الأخير من الرياضيات، العلوم والهندسة، لطلاب أنهوا، على الأقل، السنة الأولى من دراسة حساب التفاضل والتكامل، في جامعات نموذجية وحصلوا على خلفية كافية من أساسيات جبر المصفوفات والمعادلات التفاضلية، رغم أنها قدمنا في هذا المؤلف مواداً تمهيدية مناسبة.

لقد استخدمت طبعات سابقة لهذا الكتاب، في حالات مختلفة أوسع مما كان نقصده في البدء. ففي بعض الحالات تم التركيز على التحليل الرياضي الذي بنيت عليه طرائق التقريب أكثر من الطرائق ذاتها؛ وفي حالات أخرى يعكس اتجاه هذا الاهتمام. لقد استخدم الكتاب، أيضاً مرجعاً أساسياً لمقررات المستوى الأول من الدراسات العليا في الهندسة وبرامجه علم الحاسوب، وكذلك كتاباً أساسياً لفحص مقرر التأمين في التحليل العددي عندما تشيع الدراسة الذاتية ومقرر في السنة الأولى من التحليل التمهيدي المقدم في الجامعات الدولية. لقد حاولنا تكيف هذا الكتاب بحيث يلائم هذه المتطلبات المختلفة دون المساس بهدفنا الأساسي ألا وهو إعطاء مدخل لطرائق التقريب الحديث، من تفسير؛ كيف، ولماذا، ومتى يتوقع منها العمل، وتوفير قاعدة صلبة لدراسة مستقبلية في التحليل العددي.

يحوي هذا الكتاب مادة كافية لسنة كاملة من الدراسة، إلا أنها تتوقع أن يستخدم كثير من القراء هذا الكتاب لمقرر فصل واحد. يتعلم الطالب، في مثل هذا المقرر، كيف يمكنه تعين أنواع المسائل التي يحتاج حلها إلى طرائق عددية، يطلع على أمثلة من انتشار الخطأ الذي قد يظهر عند تطبيق طرائق عددية، وسيجد حلولاً تقريبية لبعض المسائل التي لا يمكن حلها بصورة صحيحة. وستعمل بقية الكتاب مرجعاً لطرائق لم تدرس في المقرر، سواء أكان المقرر لسنة أو فصل، فإن المعالجة متسقة مع هدف الكتاب.

في الواقع، كل مفهوم في هذا الكتاب موضح بمثال، فتحوري هذه الطبعة ما يزيد على ٢٠٠٠ من التمارين، وتتراوح هذه التمارين بين تطبيقات للطرائق والخوارزميات وتعليمات وتوسيعات للقسم النظري من الكتاب. بالإضافة إلى ذلك، تحوي مجموعات التمارين أعداداً كبيرة من المسائل التطبيقية من مجالات متفرقة، كالهندسة والفيزياء وعلم الحاسوب وعلم الحياة والعلوم الاجتماعية. لقد اختيرت التطبيقات بحيث توضح باختصار كيف يمكن للطرائق العددية أن تطبق (وقد فعلت) في أحوال الحياة الواقعية.

## الجديد في هذه الطبعة

- \* لقد أضفنا في الفصل التمهيدي جزءاً تناول مختلف الحزم العامة الاستعمال المستخدمة في مجال التقرير العددي. قدمنا مصادر للحصول على برامج والتزود بمعلومات عن المراجع ذات الصلة بالموضوع مع التأكيد الخاص على برامج المجال العام. يوضح هذا البند أيضاً إلى أي مدى تختلف حزم البرامج التخصصة عن البرامج المتوافرة من مصادر أخرى.
- \* من نهاية الفصل الثاني حتى نهاية الفصل الثاني عشر، أضفنا جزءاً عنوانه «مسح للطائق والبرامج». يلخص هذا الجزء الطائق التي درست في ذلك الفصل وينصح بخطط من أجل اختيار أساليب تستخدم في مختلف الحالات. يزود هذا الجزء أيضاً برامج من البرامج المواتية في مكتبات الرياضيات العالمية والإحصائية (IMSL) ومجموعة مكتبات الخوارزميات العددية (NAG) ويحيل الطالب إلى مصادر تخصصية أخرى عندما تكون لها صلة وثيقة بمورد الباب.
- \* لقد أضيفت خوارزميات جديدة للطائق: الوضع الخاطئ، توليد منحني بيزي، تربع غاوس للتكميلين الثنائي والثلاثي، تقريب بادي وتقريب شبيشيف، بالدوال المنطقية. ولقد أعيدت كتابة افتتاحية التعليق في كل خوارزمية، في الحالة المناسبة، لتكون أكثر موافقة للمناقشات الواردة في النص.
- \* لقد وضعنا طريقة الوضع الخاطئ (regula falsi) في الفصل الثاني لأن هذا النوع من طرائق حصر الحل شائع الاستخدام في البرامج المتخصصة.
- \* لقد عرضنا استكمال لاجرائج بشكل مبسط في الفصل السادس وذلك بعرض استمرار الأفضل. لقد اختصرنا أيضاً مناقشة كثيرات حدود تایلور في هذا الفصل وذلك لتوضيح أن كثيرات حدود تایلور لا تستخدم في الاستكمال.
- \* لقد ختم الفصل الثالث بجزء في المنحنيات الوسيطية. ووضعنا في هذا البند كيف يمكن لأنظمة رسم حاسوب تكراري أن ترسم المنحنيات وتعديلها بسرعة. كثير من طلابنا يألفون برامج الحاسوب التخطيطية التي تتيح لمنحنيات رسمت باليد بأن ترسم بسرعة وتعديل. ويصف هذا الجزء كيف يمكن لدوال شريحة هيرمييت المكعبية ول كثيرات حدود بيزيه أن تجعل ذلك ممكناً. رغم أن هذا الجزء أعد كي يكون معرفياً أكثر منه حسابياً، إلا أنها قد أدخلنا فيه خوارزمية لتوليد منحنيات بيزيه.
- \* يحوي الفصل الخامس سلسلة جديدة من الأمثلة توضح، بشكل أفضل، الطرائق المستخدمة حل مسائل القيمة الابتدائية. تستخدم مسألة قيمة ابتدائية لتوضيح جميع الأساليب المعتادة للتقرير الأمر الذي يسمح بالمقارنة بين الطرائق بصورة أكثر فعالية.
- \* لقد كثفت مواد مراجعة الجبر الخطي ونظمت في الفصل السادس وفي مطلع الفصل السابع، لتعكس بشكل أفضل، كيفية تعلم هذه المواد في أغلب المعاهد.
- \* لقد أعددنا العمل والترتيب في مجموعات التمارين لتوافر استمراراً أفضل سواء في الأجزاء أو من جزء إلى آخر. لقد أضيفت تمارين جديدة لجعل هذا الكتاب أكثر مرونة، وقد عدلت التمارين الصعبة من الناحية

النظرية وفصلت لتصبح في متناول عدد أكثر من الطلاب.

\* لقد أضيفت إلى المراجع وثيقة الصلة بحزم البرامج العامة الغرض. وقد جددنا، حيثما كان ذلك مناسباً، عرضاً قدماً وعوضناه بمصادر أكثر شيوعاً. لقد أدخلت الآن، أرقام مكتبة الكونجرس، بالإضافة إلى جميع المراجع والمجلات ليصبح إيجاد المادة المطلوبة في قائمة المراجع سهلاً أثناء البحث في المكتبات. نأمل أن تصبح هذه الصورة معتادة في كتب الرياضيات التي تحوي الكثير من مراجع المادة.

## الخوارزميات

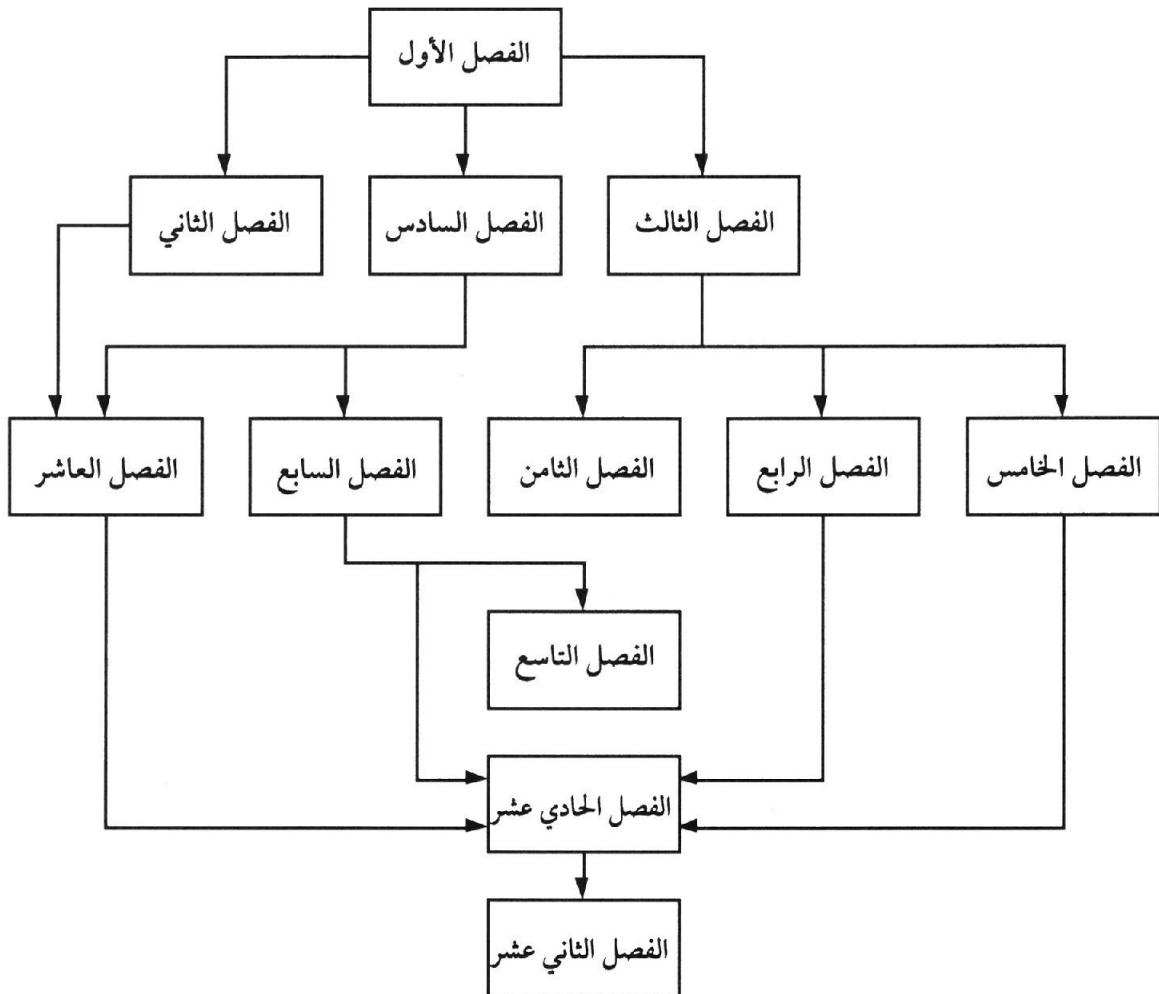
كما كان الأمر في الطبعة السابقة، لقد قدمنا خوارزمية مفصلة ومنشأة بدون برامج مجذولة، لكل طريقة واردة في الكتاب. لقد قدمت الخوارزمية في صورة يمكن لكل طالب، لديه خبرة محدودة في البرمجة، أن يكتبها على شكل شفرة. يتوافر، مرفقاً لهذه الطبعة، دليل دراسة الطالب، الذي يحوي حلول تمارين غوذجية وقرصاً يحوي برنامجاً مكتوباً من أجل الخوارزميات. البرنامج مكتوب بلغتي الفورتران وباسكال، والأقراص المصممة لعمل بنظام التشغيل DOS. يمكن للناشر أن يزود المدرسين بكتاب شامل لأجوبة وحلول جميع التمارين الموجودة في الكتاب، بالإضافة إلى نسخة من القرص الذي يحوي دليل الدارس. لقد جددت صياغة جميع النتائج التي يحويها كتيب الحل لهذه الطبعة، باستخدام كل من لغتي فورتران وباسكال الموجودتين في القرص. تؤدي الخوارزميات التي يحويها هذا الكتاب إلى برامج تعطي نتائج صحيحة للأمثلة والتمارين الموجودة في الكتاب، ولكن لم تقم أي محاولة لكتابه برامج تخصيصية للغرض العام. بصورة خاصة، لم تكتب الخوارزمية أبداً بالصورة التي تؤدي إلى البرنامج الأكثر فعالية لمتطلبات الزمن والتخزين. عندما يظهر تعارض بين صياغة خوارزمية ذات فعالية كبيرة وبين صياغة واحدة مختلفة قليلاً لتوضيح ميزة مهمة لطريقة ما، فإنه يؤخذ الأحدث بصورة دائمة.

## الخطوط العريضة المقترنة للمقرر

لقد صمم هذا الكتاب بحيث يعطي للمدرسين مرونة في اختيار المواد، سواء فيما يتعلق بمستوى الدقة النظرية أو للتأكد على التطبيقات. انسجاماً مع هذا القصد، لقد وفرنا مراجع مفصلة من أجل النظريات التي لم تبرهن في النص، بالإضافة إلى التطبيقات التي استخدمت لتعيين الأهمية التطبيقية للطرائق. المراجع التي ذكرت هي الأكثر ملاءمة والمتوافرة في مكتبات الجامعات وقدمنا أيضاً، من الطرائق الأكثر حداة، تنويعها بالبحث الأصلي، عندما نعتقد أنه يمكن الوصول إلى هذه المادة من قبل القراء.

**يحدد المخطط التالي متطلبات كل باب:**

لقد ذكر الانحراف الوحيد عن هذا المخطط أسفل الصفحة الأولى من الجزء (٦، ٣). قد درست أغلب التتابعات التي يمكن استنتاجها من هذا المخطط من قبل المؤلفين في جامعة Youngstown.



## شكر وتقدير

من المؤسف أنه ليس بالإمكان تقديم شكر لكل من قدّم مقترنات قيمة من أجل تطوير عرضنا لكتاب التحليل العددي . ومن بين هؤلاء طلابنا وطلاب مدارس أخرى ، وزملائنا الذين يدرّسون مقرر التحليل العددي والناشر وهيئه الإنتاج في PWS-KENT .

نود أن نرجي شكرنا الشخصي لمراجعي هذه الطبعة :

George Andrews, Oberlin College

John E. Bauchanan, Miami University

Richard Frnak, The Naval Postgraduate School

Richard E. Goodrick, Evergreen State College

Nathaniel Grossman, The University of California at Los Angeles

Max Gunzberger, Virginia Polytechnic and State University

David R. Hill, Temple University

Richard O. Hill, Jr., Michigan State University

Leonard J. Lipkin, The University of North Florica

Jim Ridenhour, Austin Peay State University

Steven E. Rigdon, Southern Illinois University

ونخص بالشكر Phillip Schmidt of the University of Akron . فـيليب صديق حميم ، في الوقت نفسه ، مراجعا وناقدا ذو بصيرة .

وإننا ، أيضا ، سعداء بأن يكون لدينا فريق متاز من الطلاب المساعدين ، يرأسهم السيد Sharyn Campell . لقد ضم هذا الفريق كل من Beth Eggens ، Genevieve Bundy ، Kim Graft ، Melanie George . شكرًا لهم لمساعدتهم إيانا بإخلاص . أخيرا نريد أن نقدم الشكر لـ Chuck Nelsson من قسم اللغة الإنجليزية في جامعة ولاية Youngstown لمساعدته إيانا بمخالف التجهيزات من Professional Design and Production Center .

## المؤلفان