بسم الله الرحمن الرحيم

مدخل إلى
نظرية المحدّدات والمصفوفات

تأليف

إدوارد تانكارد براون

ترجمة

الدكتور أنيس إسماعيل كنجو — الدكتور سلمان بن عبدالرحمن السلمان

أستاذ، قسم الإحصاء وبحوث العمليات — أستاذ مشارك، قسم الرياضيات

كلية العلوم ـ جامعة الملك سعود

النشر والمطابع - جامعة الملك سعود

ص.ب. ٢٤٥٤ الرياض ١١٤٥١ - المملكة العربية السعودية

ⓒ جامعة الملك سعود، ١٤١٧هـ (١٩٩٧م)

هذه ترجمة عربية مسموح بها لكتاب:

Translated from INTRODUCTION TO THE THEORY OF DETERMINANTS AND
Copyright © 1958 by the University of North Carolina Press.

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر
براون، أدوارد تانكارد
مدخل إلى نظرية المحددات والمصفوفات/ ترجمة أنيس إسماعيل كنجو، سلمان بن عبدالرحمن السلمان. ـ الرياض.
٣٧٢ ص؛ ١٧ × ٢٤سم
ردمك ٤ ـ ٤٦٢ ـ ٠٥ ـ ٩٩٦٠ (جلد)
٢ ـ ٤٦٣ ـ ٠٥ ـ ٩٩٦٠ (غلاف)
١ ـ المصفوفات ـ أ ـ كنجو، أنيس إسماعيل (مترجم) ب ـ السلمان، سلمان بن عبدالرحمن (مترجم) ج ـ العنوان
ديوي ٥١٢,٩٤٣ ١٧/١٦٣٣

رقم الإيداع: ١٧/١٦٣٣

حكّمت هذا الكتاب لجنة متخصصة شكلها المجلس العلمي بالجامعة، وقد وافق المجلس على نشره ـ بعد اطلاعه على تقارير المحكمين ـ في اجتماعه الثالث عشر للعام الدراسي ١٤٠٧/١٤٠٨هـ، الذي عُقد بتاريخ ٢٨/٤/١٤٠٨هـ الموافق ١٩/١٢/١٩٨٧م.

مطابع جامعة الملك سعود ١٤١٧هـ

مقدمة

المترجمين

الحمد لله وحده والصلاة والسلام على نبيِّنا محمد. وبعد، فيحتاج استكمال نواة أولية لمكتبة علمية عربية إلى جهود إضافية مضنية وإلى أن يسود بين العلميين العرب شعـور عميق بالمسؤولية وبـالتقصير على حدٍّ سواء. فالزمن يمضي بسرعة ومكتبات العلوم في اللغات الحيَّة تزخر كل يوم بزخم من الجديد، أما نحن الاختصاصيين العرب فنتوزع بين اتِّكالي أناخ في بقيعة الاستسلام واليأس لا يرى لنا مستقبلاً إلا من خلال الإنجليزية أو الفرنسية. وبين متحمِّسٍ لرفد اللسان العربي، لغة الكتاب المنير، بكل ما يستطيع من حقائق العلوم المعاصرة، وداعٍ إلى شدِّ الهمم وتضافر الجهود، وبين لا مبالٍ أراح نفسه حتى من عناء التفكير في المشكلة.

وكجـزء من اهتـمام واسـع بتحقيق ذلـك الحلم الكبير، حلم إرساء القواعد الأساسية لمكتبة علمية عربية، وحرص شديد على المساهمة المتواضعة في الجهود المبذولة على المستوى العربي للخروج بالطالب العربي من دائرة الحرمان والبؤس التي يعيشها وهو يبحث ـ دون جدوى ـ عن كتاب بلغته الأم يشفي غليله إلى التزود بالعلم ويخفف من وطـأة المعـركـة القاسية التي يخوضها لنيل المعرفة، فقد ترجمنا هذا الكتاب، المُسمى «المـدخـل إلى نظرية المحدّدات والمصفوفات» إلى العربية. وكان اختيارنا للموضوع بسبب حيويتـه وأهميتـه البالغة، ليس لطلبة الرياضيات فحسب، بل لطلاَّب علوم أخرى مثل الإحصاء، والفيزياء والهندسة والتربية والاقتصاد وغيرها. وكان اختيارنا لهذا الكتـاب بسبب من تميزه بالجمـع بين النـظرية والتطبيق، وعرضه الجيِّد والموفَّق

للموضوع، حيث يتوخى البساطة والوضوح دون أن يُغفل الدقة الرياضية، ويتجنب التجـريد المفرط لنظرية الفضاءات الخطّية مكتفيًا منها بما تمس إليه الحاجة في سياق تقديم الموضوع. وهو يُعْطي أساسيات نظرية المصفوفات والمحدّدات مما يحتاجه على وجـه الخصـوص، طلاّب من خارج اختصـاص الرياضيات. ويَصْلُح كتابًا جامعيًّا لمقررين من مستوى السنة الأخيرة من الدراسة الجامعية أو السنة الأولى من الدراسات العليا. وإذا كنّا قد وفّقنا إلى تقديم شيء مفيد للقاريء العربي فإننا نسأل الله العلي القدير أن يتقبله منا عملاً صالحًا فهو من وراء القصد وهو الهادي إلى سواء السبيل.

المترجمـان

مقدمة

المؤلف

من المعروف جيدًا لأي مهتم بموضوع المصفوفات، الموجة العارمة من الاهتمام بدراسة هذا الموضوع في العقدين الماضيين.(*) ولقد وُجِد أن معرفة الخواص الأساسية للمصفوفات مفيدة للغاية، ليس للمختصِّين في الرياضيات فحسب، ولكن أيضًا لطلبة الفيزياء والكيمياء والإحصاء والاقتصاد وعلم النفس والتربية. وفي الحقيقة، فاق عدد أولئك الطلبة من تخصصات أخرى عدد الرياضيين في كثير من مقررات المصفوفات. ولسوء الحظ، فإن معظم الكتب الدراسية المتوافرة كانت بلغة أجنبية أو مالت إلى التجريد المفرط. وهي، في الحقيقة، على درجة من التجريد، يجد معها حتى المتخصص في الرياضيات صعوبة في قراءة مستوعبة.

وغاية المؤلف هو تطوير معالجة نظرية تحتوى في كتاب دراسي واحد الحقائق الأساسية في نظرية المصفوفات مصحوبة بالبراهين الأكثر بساطة والتوضيحات الأكثر رشاقة ويسرًا التي يمكن للمؤلِّف العثور عليها.

وفيما يتعلق بنص الحقائق، لا يدعي المؤلف أي جديد. أما فيما يتعلق بترتيب الموضوعات أو ببراهين النظريات فمن المحتمل أن شيئًا جديدًا قد يتوافر.

والكتاب مُعَدّ لطلاب السنة الأخيرة من الدراسة الجامعية أو السنة الأولى من الدراسات العليا. وإذا كان الطالب قد درس مقررًا في نظرية المعادلات فالحال على ما يرام. وعلى الوجه الآخر، قد يكون مقرر في نظرية المصفوفات قيمًا بالنسبة لطالب في نظرية المعادلات، أو في الهندسة التحليلية المجسَّمة، أو في الهندسة التحليلية الإسقاطية.

(*) تعود كتابة هذه المقدمة إلى عام ١٩٥٨م.

وقد اختيرت التمارين ودقّقت بعناية فائقة، ولبعضها مضمون غير بادٍ على السطح. وعلى سبيل المثال، فالتمرين ٢ على الصفحة ١١ هو ببساطة تمرين في ضرب المصفوفات، ولكن المصفوفات الأربع تشكل زمرة بالنسبة لطالب درس مقررًا في الزمر. أما لطالب الهندسة فكل من المصفوفات الثلاث A ، B ، C هي مصفوفة هومولوجيا توافقية تحمل عناصرها الثابتة علاقة جدّ خاصَّة بالعناصر الثابتة في المصفوفتين الأخريتين.

ومن الخبرة الفعلية في قاعة التدريس يجد المؤلف أن هناك مادة كافية لفصلين دراسيين. ولأولئك الذين لا يستطيعون، لسبب أو لآخر، أخذ المقررين كليهما، يُوصى بما يلي: الفصول الأول إلى الحادي عشر، بالإضافة إلى الفقرات ٥١، ٥٢، ٥٣، ٦٠، ٦١، بما في ذلك نظرية كايلي ـ هاميلتون.

ويرغب المؤلف الاعتراف بأنه مدين لبوشر (Bocher) ، وويدربرن (Wedder-burn) ، وماكْدَّفي (MacDuffee) ، الذين استأنس تكرارًا بأعمالهم، ويستحق الشكر أيضًا تلميذه سابقًا وزميله حاليًّا، السيد تشارلس وورد بارنس (Charles Ward Barnes) ، الذي قدَّم مساعدة لا تقدَّر في تحضير المخطوطة للطباعة.

المحتويات

صفحة

مقدمة المترجمين ..... هـ
مقدمة المؤلف ..... ز

الفصل الأول: مفاهيم أساسية

١ ـ الحلقات والحقول ١
٢ ـ المصفوفة ٤
٣ ـ بعض العمليات مطبّقة على المصفوفات ٥
٤ ـ ضرب المصفوفات ٦
٥ ـ الجداءات مع التجزئة ٩
تمارين ١١

الفصل الثاني: الخواص الأساسية للمحدّدات

٦ ـ محدّد مصفوفة مربّعة ١٥
٧ ـ النظريات الأساسية المتعلقة بالمحدّدات ١٧
٨ ـ مفكوك لابلاس لمحدّد ٢٤
٩ ـ محدّد جداء مصفوفتين ٢٨
تمارين ٣٢

صفحة

الفصل الثالث: التحويلات الأولية لمصفوفة

١٠ ـ رتبة مصفوفة ٣٧
١١ ـ المنقول، المرافق، ومرافق المنقول لمصفوفة ٣٨
١٢ ـ التحويلات الأوّلية مطبّقة على مصفوفة ٤٠
١٣ ـ مصفوفة فاندرموند (Vander monde) ٤٣
تمـارين ٤٥

الفصل الرابع: مزيد من جبر المصفوفات

١٤ ـ معكوس مصفوفة غير شاذة ٤٧
١٥ ـ إنجاز التحويلات الأوّلية بضرب المصفوفات ٤٩
١٦ ـ استخدامات الصيغة القانونية ٥٣
١٧ ـ المصفوفة القرينة لمصفوفة مربّعة A ٥٤
تمـارين ٥٨

الفصل الخامس: نظرية الارتباط الخطّي

١٨ ـ مفهوم الارتباط الخطّي ٦١
١٩ ـ فضاءات المتّجهات الخطّية ٦٧
تمـارين ٧١

الفصل السادس: نُظم المعادلات الخطّية

٢٠ ـ مقدمـة ٧٣
٢١ ـ مجموعة n من المعادلات بها n من المجاهيل ومحدّد غير منعدم ٧٥
٢٢ ـ نظام m من المعادلات الخطّية في n من المجاهيل ٧٦
٢٣ ـ نظام المعادلات الخطّية المتجانسة ٧٨
تمـارين ٨٢

الفصل السابع : المعادلة المميّزة لمصفوفة صفحة

٢٤ ـ تحويلات خطّية متجانسة ٨٥
٢٥ ـ تغيير الأساس ٨٨
٢٦ ـ المتجهات اللّامتغيّرة تحت تحويل خطّي ٨٩
٢٧ ـ المعادلة المميّزة لمصفوفة ٩١
٢٨ ـ المصفوفات القطرية ٩٥
٢٩ ـ الدّوار ١٠٠
تمـارين ١٠٣

الفصل الثامن : أنواع خاصة من المصفوفات

٣٠ ـ المصفوفات المتناظرة، مائلة التناظر والهرميشية ١٠٧
٣١ ـ المصفوفات المتعامدة والواحديّة ١١٤
٣٢ ـ الاختزال المتعامد لمصفوفة متناظرة حقيقية إلى شكل قطري ١١٩
٣٣ ـ التكافؤ الواحدي ١٢٣
٣٤ ـ الصيغة القانونية لجاكوبي Jacobi ١٢٤
٣٥ ـ المصفوفات الناظميّة ١٢٦
تمـارين ١٢٨

الفصل التاسع : الصيغ ثنائيّة الخطّية

٣٦ ـ مقدمة هندسية ١٣٣
٣٧ ـ الصيغ ثنائيّة الخطّية ١٣٦

الفصل العاشر : الصيغ التربيعيّة

٣٨ ـ الصيغ التربيعيّة بصورة عامة ١٤٣
٣٩ ـ اختصار الصيغة التربيعيّة إلى عبارة تحوي حدودًا مربّعة فقط ١٤٥

صفحة

٤٠ ـ طريقة لاجرانج (Lagrange) لتحويل صيغة تربيعيّة إلى عبارة تحوي حدودًا مربّعة فقط ١٤٦
٤١ ـ تحليل الصيغة التربيعيّة إلى عوامل ١٥١

الفصل الحادي عشر: الصيغ التربيعيّة الحقيقيّة

٤٢ ـ مقدمة ١٥٥
٤٣ ـ قانون سيلفستر (Sylvester) للقصور الذاتي ١٥٥
٤٤ ـ تحديد الدليل ١٥٩
٤٥ ـ توقيع صيغة تربيعيّة ١٦٠
٤٦ ـ الصيغ المحدّدة وغير المحدّدة ١٦١
تمارين ١٦٤
٤٧ ـ صيغ نظاميّة ١٦٥
٤٨ ـ طريقة كرونِكر (Kronecker) في الاختزال ١٦٨
تمارين ١٧٣
٤٩ ـ تطبيق في مسائل النهايات العظمى والصغرى ١٧٥
تمارين ١٧٦
٥٠ ـ المميّز لمعادلة جبرية ١٧٧
تمارين ١٨٣

الفصل الثاني عشر: مصفوفات لامبدا (LAMBDA)

٥١ ـ كثيرات حدود معاملاتها مصفوفات ١٨٧
٥٢ ـ العمليات النسبية في حالة مصفوفات ـ λ ١٨٨
٥٣ ـ التحويلات الابتدائية لمصفوفة ـ λ ١٩٢
٥٤ ـ الصيغة الناظميّة لسميث (Smith) ١٩٤
٥٥ ـ العوامل اللامتغيرة لمصفوفة ـ λ ١٩٨
٥٦ ـ القواسم الابتدائية لمصفوفة ـ λ ١٩٩
٥٧ ـ مميّز سيجر (Segre) ٢٠٣
تمارين ٢٠٤

صفحة

الفصل الثالث عشر: تكافؤ أزواج من المصفوفات

٥٨ ـ نظريّة واير ستراس (Weierstrass) ٢٠٧
٥٩ ـ شروط أن تكون مصفوفتان متشابهتين ٢٠٩
تمـارين ٢١١

الفصل الرابع عشر: الدّالة المميّزة المختزلة لمصفوفة

٦٠ ـ نظريّة الباقي من أجل المصفوفات ٢١٣
٦١ ـ نظريّة كَيْلي ـ هاميلتون (Cayley - Hamilton) ٢١٤
٦٢ ـ الدالّة المميّزة المختزلة ٢١٥
٦٣ ـ نظريّات تتعلق بالدالّة المميّزة المختزلة ٢١٨
٦٤ ـ المصفوفتان AB و BA ٢٢٠
تمـارين ٢٢٣

الفصل الخامس عشر: الصيغ القانونيّة لمصفوفة

٦٥ ـ علاقة التكافؤ ٢٢٥
٦٦ ـ الصيغ القانونيّة لمصفوفة تحت تحويلات التشابه ٢٢٦
٦٧ ـ صيغة جوردان (Jordan) القانونيّة لمصفوفة ٢٢٦
٦٨ ـ مصفوفات بقواسم ابتدائية خطّية ٢٢٩
٦٩ ـ الصيغة القانونية القياسيّة لمصفوفة ٢٣٠
٧٠ ـ المصفوفات معدومة القوى ٢٣٤
٧١ ـ المصفوفات الدّوْرية ٢٣٥
٧٢ ـ تصنيف التسامت ٢٣٦
تمـارين ٢٤٠

الفصل السادس عشر: كثيرات الحدود السُلَّمية في مصفوفة

٧٣ ـ مقدمـة ٢٤٣
٧٤ ـ مصفوفة بقاسم ابتدائي واحد ٢٤٣

صفحة

٧٥ ـ كثيرات الحدود السُلَّمية في مصفوفة عامة A ٢٤٦
٧٦ ـ المصفوفتان متساوية القوى ومعدومة القوى الرئيستان الموافقتان لمصفوفة معيّنة ٢٤٧
٧٧ ـ شروط تُعرِّف المصفوفات الرئيسة متساوية القوى ٢٥١
٧٨ ـ التعبير عن كثيرة حدود سُلَّمية $g(A)$ بدلالة المصفوفات الرئيسة ٢٥٤
٧٩ ـ حل معادلات جبرية في المصفوفات ٢٥٦
٨٠ ـ معادلة المصفوفات $X^m = A$ ٢٥٩
٨١ ـ محصلة كثيرتي حدود ٢٦٢
٨٢ ـ مميّز وير (Weyr) ٢٦٧
٨٣ ـ تطبيقات مميّز وير (Weyr) ٢٧١
تمـارين ٢٧٢

الفصل السابع عشر: اختزال مصفوفة إلى صيغة قانونيّة

٨٤ ـ نص المسألة ٢٧٧
٨٥ ـ سلسلة من المتّجهات ٢٧٩
٨٦ ـ الاختزال إلى الصيغة القانونيّة القياسيّة ٢٨١
٨٧ ـ صيغة جوردان (Jordan) القانونيّة ٢٨٧
تمـارين ٢٩٠

الفصل الثامن عشر: تكافؤ أزواج الصيغ

٨٨ ـ أزواج الصيغ ثنائية الخطّية ٢٩٣
٨٩ ـ تغيير الأساس ٢٩٤
٩٠ ـ العبارات القانونيّة من أجل زوج من الصيغ ثنائيّة الخطّية في الحالة غير الشاذة ٢٩٨
٩١ ـ مصفوفات متناظرة ومصفوفات مائلة التناظر ٢٩٩
٩٢ ـ شرط تلاؤم مصفوفتين ٣٠٢
٩٣ ـ تكافؤ أزواج الصيغ التربيعيّة ٣٠٤

صفحة

٩٤ ـ عبارة قانونيّة لزوج من الصيغ التربيعيّة في الحالة غير الشاذة ٣٠٥
٩٥ ـ تفسير هندسي ٣٠٦
٩٦ ـ تصنيف أزواج الصيغ التربيعيّة في ثلاثة متغيّرات ٣٠٧
تمـارين ٣١١

الفصل التاسع عشر: المصفوفات التبادليّة

٩٧ ـ صياغة المسألة ٣١٣
٩٨ ـ استخدام صيغة جوردان القانونيّة ٣١٤
٩٩ ـ المصفوفات الجزئية متساوية القوى ومعدومة القوى
الموافقة لمصفوفة A ٣٢٢
١٠٠ ـ البرهان على عدم صحة حدس ٣٢٦
١٠١ ـ مجموعات المصفوفات المثلثة ٣٢٨
١٠٢ ـ المصفوفات شبه التبادليّة ٣٣٣
تمـارين ٣٣٦

الفصل العشرون: أنظمة من المعادلات التفاضليّة

١٠٣ ـ تفاضل وتكامل مصفوفة ٣٤١
١٠٤ ـ مجموعات المعادلات التفاضليّة الخطّية بمعاملات ثابتة ٣٤٢
١٠٥ ـ سلاسل القوى المصفوفاتية ٣٤٧
١٠٦ ـ حلّ مجموعة معيَّنة من المعادلات ٣٤٩
تمـارين ٣٥٠

المراجـع ٣٥٣

ثبت المصطلحات

أولاً: عربي ـ إنجليزي ٣٥٥
ثانيًا: إنجليزي ـ عربي ٣٦١

كشّاف الموضوعات ٣٦٧