مقدمة
في
الجبر الخطي

الدكتور حامد مصطفى هويدى

أستاذ الرياضيات البحتة المشارك

كلية العلوم ـ جامعة الملك سعود

الناشر: عمادة شؤون المكتبات ـ جامعة الملك سعود

ص.ب ٢٢٤٨٠ ـ الرياض ـ المملكة العربية السعودية

© ١٩٨٤م جامعة الملك سعود
جميع حقوق الطبع محفوظة. غير مسموح بطبع أي جزء من أجزاء هذا الكتاب، أو خزنه في أي نظام لخزن المعلومات واسترجاعها ، أو نقله على أية هيئة أوبأية وسيلة سواءأكانت إلكترونية أوشرائط ممغنطة أوميكانيكية، أواستنساخاً، أوتسجيلاً، أو غيرها إلا بإذن كتابي من صاحب حق الطبع.
الطبعة الأولى ١٤٠٤هـ (١٩٨٤م).

مطابع جامعة الملك سعود

صف الحروف من قبل شركة بيكاسه انترکونتنتال، هولندة

تقديـــم

تنقسم الرياضيات البحتة إلى عدة فروع يعتبر الجبر من أهمها وأكثرها تجريدا. والجبر بدوره ينقسم إلى عدة فروع يعتبر الجبر الخطى من أهمها وأكثرها تطبيقا. وعادة تصنف المادة الرياضية التى تدرس بالجبر الخطى إلى ثلاث نظريات رئيسية هى: نظرية المصفوفات، نظرية الفضاءات المتجهة ونظرية الصيغ الجبرية. ولكثير من مسائل الجبر الخطى طبيعة خاصة حيث يمكن صياغة كل منها كمسألة فى نطاق كل نظرية من نظريات الجبر الخطى الثلاث. وتجدر الأشارة إلى أنه حينما تصاغ إحدى مسائل الجبر الخطى بلغة نظرية الفضاءات المتجهة فإن المسألة تأخذ عندئذ طابعا هندسيا يساعد كثيرا على توقع الحل والوصول إليه.

يهدف هذا الكتاب إلى عرض مبادئ الجبر الخطى بالمستوى الذى يجعله صالحا لأن يكون كتابا دراسيا لطلبة الجامعات من رياضيين وفيزيائيين ومهندسين، وأن يكون مرجعا لغيرهم من طلبة الجامعات والمعاهد العليا بعد أن تعددت تطبيقات الجبر الخطى بصفة عامة والمصفوفات بصفة خاصة فى فروع العلم المختلفة مثل الاحتمالات، البرمجة الخطية، نظرية القرارات، التأمين والاقتصاد. ويرى المؤلف أن تدريس هذا الكتاب كمقرر ابتدائى عن جبر المصفوفات لطلبة الجامعات الذين لم يسبق لهم دراسة المصفوفات فى المرحلة الثانوية يحتاج إلى فصل دراسى بواقع أربع ساعات أسبوعيا. وفى حالة تدريسه لهم فى فصل دراسى بواقع ثلاث ساعات فقط أسبوعيا فإنه يمكن للقائمين على تدريسه حذف إثبات بعض النظريات والاكتفاء بمنطوقها وما يرد عليها من أمثلة توضيحية. فمثلا يمكن حذف إثبات النظريات التالية:

(١,٥٠١)، (٢,١٠١) - (٢,١٠٣)، (٢,٣٠١) - (٢,٣٠٨)، (٣,٢٠٤)، (٣,٣٠١) - (٣,٣٠٦)، (٣,٤٠١) - (٣,٤١١)، (٥,١٠٤)، (٥,٣٠٦)، (٥,٣٠٧)، (٥,٤٠٢).

أما حينما يتم تطوير مناهج الرياضيات فى المرحلة الثانوية بحيث تصبح المصفوفات مادة إجبارية بهذه المناهج فإنه يمكن تغطية المادة العلمية بالكتاب فى فصل دراسى بواقع ثلاث ساعات فقط أسبوعيا لطلبة الجامعات.

يتكـون الكتـاب من خمسـة أبواب حيث خصص الباب الأول للمصفوفات والباب الثالث للفضاءات المتجهـة والبـاب الخـامس للقيم المميـزة والمتجهـات المميـزة ويتضمن عرضا للصيغ التربيعية الحقيقية كنمط خاص من الصيغ الجبرية. أما الباب الثانى فقد خصص للمحددات ويحوى الخواص البسيطة للمحددات لاستخدامها فى إيجاد معكوس مصفوفة A مربعة من درجة n بواسطة المصفوفة المرافقة adjA للمصفوفة A. وأما الباب الرابع فقد خصص للتحويلات الخطية والمعادلات الخطية وفيه تستخدم التحويلات الخطية لأيجاد حلول نظام من المعادلات الخطية فى عدة مجاهيل. ويحتوى كل باب من أبواب الكتاب الخمسة على عدد كاف من الأمثلة المحلولـة كما يوجـد بنهايته تمارين على بنـوده المختلفة. وقد ذيل الكتاب بأجوبة التمارين وثبت للمصطلحـات الـريـاضيـة التى وردت به باللغتـين الإنجليزية والعربية. ويلاحظ أن الطريقة التي اتبعت في الكتاب لترقيم الأبواب والبنود والتعاريف والأمثلة والنظريات هي الطريقة العشرية حيث يدل الرقم الصحيح في العدد العشرى على رقم الباب، أما الأرقام العشرية فيدل الأول منها على رقم البند ويدل الثاني والثالث منها على ترتيب التعريف أو المثال أو النظرية. فمثلا بند (١,٣) يعني البند الثالث من الباب الأول، تعريف (٥,٢٠٣) يعني التعريف الثالث من البند الثاني في الباب الخامس، نظرية (٣,٤١١) تعني النظرية الحادية عشرة من البند الرابع في الباب الثالث.

وأخيرا يطيب لي أن اتقدم بخالص الشكر لقسم الرياضيات بجامعة الملك سعود الذى أتاح لي فرصة تقـديم هذا الكتـاب لخدمـة طلبـة الجـامعـة خاصـة وطلبة العلم عامة. كما لايفوتني أن اقدم شكرى لسعادة الأستاذ الدكتور محمد عادل سودان لتفضله بمراجعة المصطلحات العلمية وتصحيح بعض الهفوات اللغوية.

والله أسأل أن يوفقنا جميعا في أداء رسالتنا لخدمة جامعاتنا ومجتمعنا إنه ولي التوفيق.

المؤلف

المحتويات

الباب الأول: المصفوفات

صفحة

(١,١) تعريف المصفوفة ٣
(١,٢) جمع المصفوفات وضربها بعدد ٧
(١,٣) ضرب المصفوفات ١٣
(١,٤) المصفوفات المتماثلة والمصفوفات الهرميتية ١٩
(١,٥) المصفوفات المجزأة ٢٩
(١,٦) المصفوفات المدرجة والمصفوفات الأولية ٣٩
تمارين ٥٥

الباب الثانى: المحددات

(٢,١) التبديلات ٦٥
(٢,٢) تعريف محددة المصفوفة ٧٣
(٢,٣) بعض الخواص البسيطة للمحددات ٨١
(٢,٤) معكوس المصفوفة ٩٩
تمارين ١١٥

الباب الثالث: الفضاءات المتجهة

صفحة

(٣,١) تعريف الفضاء المتجه ١٢٣
(٣,٢) الارتباط والاستقلال الخطى ١٣٣
(٣,٣) الفضاءات ذوات البعد النهائى ١٤٥
(٣,٤) الفضاءات الجزئية ١٥٧
(٣,٥) التشاكل ١٧٣
(٣,٦) فضاء حاصل الضرب الداخلى ١٨١
تمارين ١٩٩

الباب الرابع: التحويلات الخطية والمعادلات الخطية

(٤,١) التحويلات الخطية ٢١١
(٤,٢) نواة وصورة التحويل الخطى ٢٣١
(٤,٣) المعادلات الخطية غير المتجانسة ٢٤١
(٤,٤) المعادلات الخطية المتجانسة ٢٥٥
تمارين ٢٦٧

الباب الخامس: القيم المميزة والمتجهات المميزة

(٥,١) كثيرتا الحدود المميزة والدنيا للمصفوفة ٢٧٩
(٥,٢) القيم المميزة والمتجهات المميزة للمصفوفة ٢٩٥
(٥,٣) القيم المميزة والمتجهات المميزة للمؤثر الخطى ٣١٣
(٥,٤) تحويل المصفوفات المتماثلة للصورة القطرية ٣٣١
(٥,٥) الصيغ التربيعية الحقيقية ٣٤٣
تمارين ٣٧٣

صفحة

أجوبة تمارين الكتاب ٣٧٩
المراجع ٣٩٧

كشاف موضوعى ٣٩٩
ثبت المصطلحات • (عربى - انجليزى) ٤٠٥
• (انجليزى - عربى) ٤١١