







# المدخل إلى البنى الجبرية

الدكتور سلمان بن عبدالرحمن السلطان  
أستاذ مشارك - قسم الرياضيات  
كلية العلوم - جامعة الملك سعود

النشر والمطابع - جامعة الملك سعود  
ص . ب . ٢٤٥٤ الرياض ١١٤٥١ - المملكة العربية السعودية



ح ١٤٠٤ - ١٤١٧ هـ / ١٩٨٤ - ١٩٩٧ م جامعة الملك سعود

الطبعة الأولى: ١٤٠٤ هـ (١٩٨٤ م).

الطبعة الثانية: ١٤٠٩ هـ (١٩٨٩ م).

الطبعة الثالثة: ١٤١٤ هـ (١٩٩٣ م).

الطبعة الرابعة: ١٤١٧ هـ (١٩٩٧ م).

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

السلمان، سلمان بن عبد الرحمن

المدخل إلى البنى الجبرية. - الرياض. ط ٤

٢١٦ ص؛ ١٧×٢٤ سم.

ردمك ٢-٤٧٧-٠٥-٩٩٦٠

أ - العنوان

٢- الرياضيات

١- الجبر

١٧/٢٣٧٨

ديوي ٥١٢

رقم الإيداع: ١٧/٢٣٧٨

حكمت هذا الكتاب لجنة متخصصة شكلها المجلس العلمي بالجامعة، وقد وافق المجلس على نشره - بعد اطلاعه على تقارير المحكمين - في اجتماعه السادس عشر الذي عُقد بتاريخ ١٠/٨/١٤٠٢ هـ الموافق ٣٠/٥/١٩٨٢ م. ثم وافق المجلس على إعادة طباعته للمرة الرابعة في اجتماعه التاسع للعام الدراسي ١٤١٧/١٨ هـ الذي عُقد بتاريخ ٢٧/٧/١٤١٧ هـ الموافق ٨/١٢/١٩٩٦ م.

مطابع جامعة الملك سعود ١٤١٧ هـ



## المقدمة

الحمد لله القائل ﴿قل هل يستوي الذين يعلمون والذين لا يعلمون﴾ والصلاة والسلام على نبينا محمد القائل «من سلك طريقاً يلتمس فيه علماً سهل الله له طريقاً إلى الجنة». إذن ديننا الإسلامي يحضنا على طلب العلم لنسعد في الدنيا والآخرة. ولما كان متعذراً على الكثير من الناس أن يطلبوا العلم بلغة غير لغتهم الأصلية فقد تسابقت الشعوب في الاعتزاز بلغاتها وجنّدت فيها القلة القادرة على ترجمة العلوم إلى لغتها وعلى التأليف بلغتها لتسهّل طريق التعلم أمام شعبها، وهذا ما حدث ويحدث في اليابان والصين مثلاً، فما أجدرنا نحن الشعب العربي الذي يملك أفضل لغة على وجه الأرض ألا وهي اللغة العربية لغة القرآن الكريم أن نعيد أمجادنا السالفة ونشمر عن سواعدنا متوكلين على الله، فنهتم بترجمة العلوم النافعة والتأليف باللغة العربية لكي نتيح فرصة التعلم لعدد أكبر من الناس وكلنا يعرف ما يعانیه طلابنا من مشقة في دراسة العلوم بلغة غير لغتهم.

أيها القارئ الكريم إن هذا الكتاب الذي بين يديك هو جهد المقل ولكنه بداية في الطريق الذي أومن به وأدعو إليه وهو تعريب العلوم ولعله من حسن الطالع أن تكون مادة هذا الكتاب من المواضيع الرياضية المعاصرة والتي أصبحت معرفتها ضرورة حتمية لكونها القاعدة الأساسية لمعظم فروع الرياضيات المختلفة، إذ أن الكتاب قد تناول المفاهيم الرياضية بشكل شمولي مستخدماً لغة المنطق الرياضي ونظرية المجموعات.

يتكون هذا الكتاب من سبعة فصول هي: المنطق الرياضي - المجموعات - الضرب الديكارتي للمجموعات - التطبيقات - العمليات الثنائية - الزمر - الحلقات والحقول. وقد عرضت مادة هذا الكتاب بصورة منطقية تبرز الترابط المحكم بين كل فصل والفصل الذي

يليه مباشرة مما يوفر جهداً كبيراً على القارئ إذ أنه سيجني ثمرة فهمه لكل فصل في الفصول التي تليه، فمثلاً يدرس القارئ في الفصل الأول الرابط «و» والرابط «أو» ويتأكد أن كلا منهما يتوزع على الآخر فيجد ذلك موظفاً في الفصل الثاني عند تقديم تعريف اتحاد وتقاطع المجموعات وخواصها، كما سيجد في الفصل الرابع أن التطبيق حالة خاصة من العلاقة الثنائية التي درسها في الفصل الثالث، وأن العملية الثنائية في الفصل الخامس ما هي إلا حالة خاصة من التطبيق الذي درسه في الفصل الرابع وهكذا. كما اعتنيت بكثرة الأمثلة وتنوعها وحرصت على ترتيب وتعليل الخطوات الرياضية لاقتناعي بأهمية هذا الأمر في تنمية مواهب الدارس وتعويدته على تنظيم معلوماته وإشعاره بضرورة التسلسل المنطقي في معالجة القضايا.

لقد أعطيت كل تعريفٍ أو نظرية... إلخ رقماً مزدوجاً بحيث يمثل الرقم الأول (الأيمن) ترتيب الفصل والثاني (الأيسر) ترتيب التعريف أو النظرية... إلخ داخل الفصل، فمثلاً تعريف (٢ - ٦) يعني التعريف السادس في الفصل الثاني.

لقد كان مرجعي في المصطلحات العلمية هو ما اتفق عليه في مكتب تنسيق التعريب بالرباط التابع للمنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم فإن لم أجد فيه ما ابتغيه استعنت بإحدى المصطلحات المستخدمة في إحدى الدول العربية. هذا وقد ذيلت هذا الكتاب بكشاف لموضوعاته ومسرّد لرموزه وقائمة ببعض المراجع المستخدمة.

هذا ولا يفوتني أن أوجه الشكر لكل من الأستاذين الدكتور خضر الأحمد والدكتور محمد عادل سودان لما أبديا من ملاحظات قيمة عند قراءتهما لمادة الكتاب، كما أخص بالشكر جامعة الملك سعود على تشجيعها وتبنيها نشر كتابي هذا راجياً من الله العلي العظيم أن ينفع به طلاب العلم ويحسن القصد والعاقبة.

لقد أتاحت لي فرصة إعادة طباعة الكتاب إضافة أربعة بنود أولها إلى الفصل الأول بعنوان «طرائق البرهان» والثلاثة الباقية إلى الفصل الرابع بعنوانين «تكافؤ المجموعات، المجموعات القابلة للعدّ، العدد الرئيس».

كما ضمنت الكتاب مجموعة من التمارين العامة المنتقاة من أسئلة الاختبارات الفصلية والنهائية للسنوات السابقة بحيث تغطي مواضيع الكتاب.

وختاماً أشكر زملائي في القسم وبخاصة أولئك الذين شاركوا في تدريس الكتاب ولم ييخلوا بتقديم اقتراحاتهم البناءة والتي كانت محل الاهتمام وآخر دعوانا أن الحمد لله رب العالمين، وصلى الله وسلم على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين.

**المؤلف**





## المحتويات

صفحة	
هـ	المقدمة .....
	<b>الفصل الأول : مبادئ المنطق الرياضي</b>
١	١ - ١ مقدمة .....
١	٢ - ١ التقارير .....
٤	٣ - ١ أدوات الربط .....
١٥	٤ - ١ طرائق البرهان .....
	<b>الفصل الثاني : المجموعات</b>
٢٣	١ - ٢ مقدمة .....
٢٤	٢ - ٢ طرق تعيين مجموعة .....
٢٦	٣ - ٢ رمزا الانتفاء والاحتواء .....
٢٧	٤ - ٢ رمزا الشمول والوجود .....
٣١	٥ - ٢ مجموعة القوة .....
٣٣	٦ - ٢ العمليات على المجموعات .....
٣٤	٧ - ٢ المجموعة الشاملة .....
٣٥	٨ - ٢ متممة مجموعة .....
٣٦	٩ - ٢ أشكال فن .....
٣٨	١٠ - ٢ جداول الانتفاء .....
٤٠	١١ - ٢ بعض الخواص المهمة في جبر المجموعات .....

## صفحة

٤٣	المجموعات العددية	١٢-٢
٤٥	مبدأ الثنوية	١٣-٢
٤٦	مبدأ الاستقراء الرياضي	١٤-٢

## الفصل الثالث: الضرب الديكارتي للمجموعات - العلاقات

٥٣	الأزواج المرتبة	١-٣
٥٤	الضرب الديكارتي للمجموعات	٢-٣
٥٧	تمثيل المجموعة $A \times B$	٣-٣
٥٨	بعض خواص حاصل الضرب $A \times B$	٤-٣
٦١	العلاقات الثنائية	٥-٣
٦٦	العلاقة الثنائية على مجموعة	٦-٣
٧٠	تجزئة مجموعة وأصناف التكافؤ	٧-٣

## الفصل الرابع: التطبيقات

٨٥	تمهيد وتعريف	١-٤
٨٨	الصورة العكسية	٢-٤
٩٢	أنواع التطبيقات	٣-٤
٩٥	تركيب التطبيقات	٤-٤
١٠٤	تكافؤ المجموعات	٥-٤
١٠٦	المجموعات القابلة للعد	٦-٤
١٠٩	العدد الرئيس	٧-٤

## الفصل الخامس: العمليات الثنائية

١١٣	تمهيد وتعريف	١-٥٠
١٢٢	دراسة البنية الجبرية لمجموعة أصناف البواقي قياس $m$	٢-٥
١٢٩	الأنظمة ذوات العمليتين	٣-٥
١٣١	الهومومورفيزم	٤-٥

## الفصل السادس: الزمر

١٤٥	تمهيد وتعريف	١-٦
١٥٢	الزمر الجزئية	٢-٦

## المحتويات

ك

صفحة

١٥٤	.....	الزمر الدائرية	٣ - ٦
١٥٧	.....	زمر التناظر	٤ - ٦
١٦١	.....	المجموعات المشاركة	٥ - ٦
١٦٥	.....	الزمر الجزئية الناعمية	٦ - ٦
١٧٠	.....	بعض نظريات الهومومورفيزم	٧ - ٦

### الفصل السابع : الحلقات والحقول

١٨١	.....	مقدمة وتعريف	١ - ٧
١٨٤	.....	بعض خواص الحلقات	٢ - ٧
١٩٣	.....	هومومورفيزم الحلقات	٣ - ٧
١٩٥	.....	تمارين عامة للكتاب	
٢٠٥	.....	المراجع	
٢٠٧	.....	مسرد الرموز	
٢١١	.....	كشاف الموضوعات	

